

Analyse der Rückstellwirkungen von Zahnkupplungen

angenommen von der Fakultät Maschinenwesen der
Technischen Universität Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktoringenieurs (Dr.-Ing.)
von

Dipl.-Ing. Hendrik Globig
geboren am 21.03.1978 in Herzberg/Elster

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Kunze
Prof. Dr.-Ing. Christoph Spensberger

Tag der Einreichung: 10. März 2010
Tag der Verteidigung: 23. September 2010

Prof. Dr.-Ing. Berthold Schlecht
Vorsitzender der Promotionskommission

Vorwort

Während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Verarbeitungsmaschinen und Mobile Arbeitsmaschinen der Technischen Universität Dresden entstand die vorliegende Arbeit. Wesentliche Untersuchungen erfolgten im Rahmen des FVA - Forschungsvorhabens 434 „Axialkräfte Zahnkupplungen“ innerhalb der Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Kunze für die Betreuung meiner wissenschaftlichen Tätigkeit, die vielen wertvollen Ratschläge und die großzügige Unterstützung meiner Arbeit.

Ebenso danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Christoph Spensberger für die freundliche Übernahme des Gutachtens.

Den Kollegen der Professur für Baumaschinen- und Fördertechnik danke ich in besonderem Maße für die tatkräftige Unterstützung und Diskussionsbereitschaft. Hervorheben möchte ich Herrn Dr.-Ing. Hans Neugebauer, der mit zahlreichen wertvollen Hinweisen und Anregungen die Entstehung dieser Arbeit förderte.

Den Mitgliedern des FVA-Arbeitskreises „Nichtsichtbare Kupplungen“ danke ich für die unterstützenden Hinweise, die zu einer Praxisorientierung dieser Arbeit erheblich beigetragen haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand des Wissens	2
3	Allgemeine Bezeichnungen und Vereinbarungen	5
3.1	Belastungs- und Verzahnungsdaten der verwendeten Kupplungsverzahnung . . .	9
3.1.1	Beispielverzahnung	9
3.1.2	Verzahnungsabweichung	10
3.2	Verwendete Schmierstoffe	12
4	Erweiternde Betrachtungen zur Lastverteilung	13
5	Beitrag zur Geometrie und Kinematik von Zahnkupplungen	19
5.1	Diskussion des Gleitgeschwindigkeitsverlaufes	19
5.2	Analyse der Kontaktgeometrie	22
6	Beschreibung des Tribozustandes in der Verzahnung	30
6.1	Reibungsverhältnisse im Flankenkontakt	30
6.1.1	Grenzflächenreibung / Festkörperreibung	30
6.1.2	Flüssigkeitsreibung	30
6.1.3	Mischreibungsbereich	31
6.2	EHD-Theorie in Zahnkupplungen	32
6.2.1	Ermittlung des Schmierspaltprofils	32
6.2.2	Einbeziehung der Betriebsbedingungen	37
6.2.2.1	Nichtisothermes Schmierproblem	37
6.2.2.2	Begrenztes Öangebot	38
6.3	Approximation des Viskositäts-Temperatur-Verhaltens	40
6.4	Reibwertermittlung anhand des Oberflächenmodells	41
6.4.1	Modell der <i>Newtonschen</i> Flüssigkeit	41
6.4.2	Rauheitsprofil im Kontaktbereich	44
6.4.3	Kontaktmodell zur Annäherung der Zahnflanken	46
6.4.4	Reibwertfunktion und Reibwertverlauf	50
6.5	Reibwertfunktion 3D-Modell	54
6.6	Einordnung der Ergebnisse	56
7	Axiale Rückstellkraft	58
7.1	Definition der axialen Rückstellwirkung	58
7.2	Berechnung des Axialkraftverlaufes	59
7.3	Axiale Summenrückstellkraft	62
7.4	Zusammenfassung Axialkraft	64
7.5	Schwingungsanalyse der axialen Rückstellkraft	66

8 Verhalten radialer Kraftwirkungen	70
8.1 Kraftwirkungen im Stirnschnitt	70
8.2 Zerlegung der Radialkraft	71
9 Torsionsfederkonstante	79
10 Einbausituationen und Betriebszustände	85
10.1 Axialverschiebung	85
10.2 Eine Verzahnungsebene	87
10.3 Anordnungen einer Doppelzahnkupplung	89
10.3.1 W-Anordnung	89
10.3.2 Z-Anordnung	89
11 Formulierung der Rückstellreaktionen	92
11.1 Kraftwirkungen im Achsschnitt	92
11.2 Belastungen auf die Anschlusskonstruktion	93
12 Darstellung der Versuchsanordnung	102
12.1 Aufbau Prüfkupplung und Kupplungsverspannprüfstand	102
12.2 Versuchsergebnisse	104
12.2.1 Belastungen auf der Nabenflanke	104
12.2.2 Reibwertverläufe aus den Zahnkräften	107
12.2.3 Variation des Schmierstoffes	111
12.3 Gegenüberstellung Rechnung und Experiment	112
13 Zusammenfassung	116
Literatur	118
A FVA-Referenzöle	121
B Teilungsabweichungen	122

Abbildungsverzeichnis

3.1	Bezeichnung der beiden Komponenten: Nabenkörper und Hülsenkörper	5
3.2	Stirn- und Achsschnitte an einem Einzelzahn	6
3.3	Belastungen auf der Nabenzahnflanke	7
3.4	Geometrische und kinematische Verhältnisse	8
3.5	Bombierungs- und Teilkreisradius	8
3.6	Maßgebende Verzahnungsabweichungen für Mitnehmerverzahnungen aus [Linke 96]	11
3.7	Einzelteilungsabweichungen	12
4.1	Tragende Zahnpaarungen als Funktion des Verdrehwinkels	13
4.2	Tangentialkraft jeder Zahnpaarung für eine volle Umdrehung	14
4.3	Einzelteilungsabweichung bei $Q5/7$	15
4.4	Tangentialkraftverlauf verschiedener Zahnpaarungen	15
4.5	Maximale Belastung als Funktion der Steckvariante	16
4.6	Summenteilungsabweichungen bei $Q5/7$	17
5.1	Darstellung der Gleichung (5.2)	20
5.2	Maximale Gleitgeschwindigkeit über dem Bombierungsverhältnis	21
5.3	Kontaktbedingung im Achsschnitt	22
5.4	Flankenkrümmung einer Zahnpaarung im Stirnschnitt	22
5.5	Abwicklung im Kontaktpunkt in Zahnhöhenrichtung sowie Kontaktflächen . . .	23
5.6	Gemeinsame Kontaktlänge unter Variation des Auslenkungswinkels	24
5.7	Einfluss der Auslenkung auf den Kippwinkel	25
5.8	Kontaktfläche beim Tragen über die gesamte Zahnhöhe	28
5.9	Auslenkungseinfluss auf die Kontaktfläche	29
6.1	Einteilung der Reibungszustände	31
6.2	Zuordnung des Abstandsverhältnisses ξ zu dem jeweiligen Reibungszustand . . .	32
6.3	Schematische Darstellung des EHD-Kontaktes	33
6.4	Mindestschmierfilmdicke nach der EHD-Theorie	36
6.5	Zentrale Schmierfilmdicke nach der EHD-Theorie	36
6.6	Drehzahl- und Auslenkungseinfluss auf den Temperaturkorrekturfaktor	38
6.7	Spaltdicke bei begrenztem Öangebot und der Verlauf des Korrekturfaktors . . .	39
6.8	Viskositäts–Temperaturverhalten der FVA–Referenzöle	40
6.9	Innere Reibung einer <i>Newtonschen</i> Flüssigkeit	41
6.10	Rechnerischer Flüssigkeitsreibungswert bei konstanter Viskosität	43
6.11	Rechnerischer Flüssigkeitsreibungswert unter Berücksichtigung der Temperatur . . .	43
6.12	Oberflächenstruktur einer Zahnflanke nach dem Einlaufen	44
6.13	Messtechnisch ermittelte Oberflächenrauheit	45
6.14	Abstandsverhältnis über dem Drehwinkel	46
6.15	Ausschnitte von Oberflächenstrukturen der Nabeflanke	47
6.16	Diskretisiertes Kontaktmodell	48
6.17	Annäherung diskreter Oberflächenstrukturen	49
6.18	Metallischer Traganteil über der zunehmenden Annäherung	50

6.19	Traganteil D über der zunehmenden Annäherung δ	51
6.20	Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ der modifizierten Verzahnung	52
6.21	Reibwertverlauf $\mu(\varphi)$ aus der Reibwertfunktion	52
6.22	3D Modell von diskretisierten Kontaktbereichen	54
6.23	Verteilungsfunktionen der Oberflächenprofile	55
6.24	Reibwertfunktionen von Kontaktflächen unterschiedlicher Verteilungen	55
6.25	Mittlere Reibwerte	57
7.1	Axiale Rückstellwirkung einer Zahnpaarung im Achsschnitt	58
7.2	Gleitweg und Gleitgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Drehzahl	59
7.3	Gleitweg, \sim geschwindigkeit und \sim beschleunigung im Kontaktpunkt	60
7.4	Beispielhafte Darstellung der Verläufe von Normalkraft und Reibwert	61
7.5	Reibkraft und Gleitweg (exemplarisch)	61
7.6	Axialkraftverlauf (abweichungsfrei) bei unterschiedlichen Auslenkungen	62
7.7	Auslenkungs-, und Qualitätseinfluss auf die Summenrückstellkraft	63
7.8	Summenrückstellkraft $F_{A\mu}(\varphi_i = 0^\circ)$ bei $\mu_m = 0.05$	64
7.9	Summenrückstellkraft bei Variation der Drehzahl	66
7.10	Approximation berechneter Daten	67
7.11	Frequenzspektren in Abhängigkeit der Auslenkung und der Drehzahl	68
7.12	Summenteilungsabweichung zweier exponierter Steckvarianten	68
7.13	Frequenzspektren der <i>Kupplung</i> 01 und 02	69
8.1	Eingriffswinkel über der Zahnhöhe und das Verhältnis $\frac{F_n}{F_t}$	70
8.2	Instationäre radiale Rückstellkraft $F_r(\varphi)$ am Einzelzahn	71
8.3	Bezeichnungen und Benennung der am Zahn wirkenden Kräfte	72
8.4	Zerlegung der Radialkraft in eine vertikale und eine horizontale Komponente	72
8.5	Zerlegung der Radialkraft	73
8.6	Radiale Rückstell- und Summenrückstellkraft in polarer Darstellung	74
8.7	Radiale Summenrückstellkraft bei einer vollen Umdrehung	75
8.8	Radiale Summenrückstellkraft unter Drehmomenten- und Auslenkungseinfluss	76
8.9	<i>Fourier</i> -Analyse der radialen Summenrückstellkraft	77
9.1	Torsionsstab mit Verdrehwinkel und Drehmoment	79
9.2	Drehmoment als Funktion des Verdrehwinkels	79
9.3	Bezeichnungen zur Bestimmung der Torsionsfederkonstante	80
9.4	Torsionsfederkonstante als Funktion des Verdrehwinkels	81
9.5	Torsionsfederkonstante - Eingriffswinkel bzw. Bombierung	82
9.6	Torsionsfederkonstante als Funktion des Drehwinkels	82
9.7	Frequenzspektrum der Drehmomentschwingung - konstante Fertigungsqualität	83
9.8	Frequenzspektrum der Drehmomentschwingung - konstanter Verlagerungswinkel	84
10.1	Hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit und Axialverschiebegeschwindigkeit	86
10.2	Verlagerte Verzahnungsebene in schematischer Darstellung	88
10.3	Schematische Darstellung der W-Anordnung	89
10.4	Schematische Darstellung der Z-Anordnung	90
10.5	Einfluss der axialen Verschiebung auf den Auslenkungswinkel	91

11.1	Gepaarter Naben- und Hülsen Zahn im Achsschnitt bei exponierten Drehwinkeln	92
11.2	Achsschnitt mit wirkenden Kräften an Naben- und Hülsenflanke	93
11.3	Axialkraftverhältnis von Hülsen- und Nabenzahn	93
11.4	Charakteristischer Kontaktpunktweg	94
11.5	Nabenzahn bei unterschiedlichen Drehwinkeln	94
11.6	Koordinatentransformation - Rotation	95
11.7	Zahnkräfte und die resultierenden Rückstellwirkungen	96
11.8	Lagermomente unter Fertigungseinfluss	99
11.9	Lagerkräfte unter Fertigungseinfluss	100
11.10	Lagermomente unter Variation des Lagerabstandes	100
12.1	Modifizierter Nabenkörper mit 3-Komponenten-Kraftsensoren	102
12.2	Reihenschaltung zweier Verzahnungen	103
12.3	Gesamtansicht des Kupplungsverspannprüfstandes	103
12.4	Wellenstränge mit den stirnseitigen Getrieben	104
12.5	Charakteristischer Kontaktpunktweg	105
12.6	Tangential- und Axialkraftverlauf	105
12.7	Messtechnisch ermittelte Radialkraft	106
12.8	Eingriffswinkel aus dem Quotienten von Radialkraft und Tangentialkraft	106
12.9	Messtechnisch ermittelte Axialkraft F_a	107
12.10	Reibwertverlauf	108
12.11	Auslenkungseinfluss auf die Reibwertverläufe	108
12.12	Drehzahlsteigerung	109
12.13	Approximierter Reibwert über das gesamte Drehzahlspektrum	109
12.14	Verhalten des Reibwertes in Abhängigkeit der Gleitgeschwindigkeit	110
12.15	Reibwert in Abhängigkeit der Belastungsparameter bei Fettschmierung	111
12.16	Reibwert in Abhängigkeit der Belastungsparameter bei Ölschmierung	112
12.17	Berechnungs- und Messdaten - $T = T_{Nenn}$ und $\epsilon = \epsilon_{max}$	113
12.18	Berechnungs- und Messdaten - $T = 1/3 T_{Nenn}$, $\epsilon = 2/3 \epsilon_{max}$	113
12.19	Berechnungs- und Messdaten der Axialkraftverläufe - $T = T_{Nenn}$, $\epsilon = \epsilon_{max}$	114
12.20	Berechnungs- und Messdaten der Reibwertverläufe	115
B.1	Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q3/5$	122
B.2	Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q3/5$	122
B.3	Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q5/7$	123
B.4	Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q5/7$	123
B.5	Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q7/9$	124
B.6	Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q7/9$	124
B.7	Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q9/11$	125
B.8	Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülsenverzahnung bei $Q9/11$	125

Tabellenverzeichnis

3.1	Ausgewählte Geometrie- und Belastungsparameter	10
3.2	Bezeichnungen der verwendeten Schmierstoffe	12
4.1	Extremwerte aus der Abbildung 4.5	17
6.1	Parameter für Gleichung (6.12)	41
6.2	Daten zur Beschreibung der Oberflächenbeschaffenheit	45
6.3	Abgrenzung benutzter Begriffe	53
6.4	Hauptverzahnungs- und Belastungsparameter	56
A.1	Dynamische Viskosität der FVA-Referenzöle	121
A.2	Viskositäts - Temperaturanstieg der FVA-Referenzöle	121

Formelzeichen und Symbole

Formelzeichen	Erläuterung
α ...	Eingriffswinkel
α_0 ...	Eingriffswinkel im Teilkreis
α_p ...	Druck - Viskositäts - Koeffizient
β ...	Temperaturkoeffizient
χ ...	Kippwinkel
γ ...	Konstante $\gamma = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^2/N$
Δ ...	Schrittweite
Δ_a ...	Axialversatz
Δ_r ...	Radialversatz
$\Delta\psi$...	Verdrehwinkel
Δt ...	Zeitdifferenz
Δt_z ...	Zeitdifferenz zwischen zwei Zähnen
Δt_s ...	Zeitdifferenz der Abtastung
Δx_{gl} ...	Gleitweg in Zahnhöhenrichtung
Δy_{gl} ...	Gleitweg in Zahndickenrichtung
Δz_{gl} ...	Gleitweg in Zahnbreitenrichtung
ΔT ...	Temperaturdifferenz
δ ...	Annäherung der Kontaktpartner
ϵ ...	Auslenkungswinkel
λ ...	Bombierungsverhältnis
λ_S ...	Wärmeleitfähigkeit
η ...	Dynamische Viskosität des Schmiermittels
η_0 ...	Dynamische Grundviskosität ($\theta = 20^\circ C$)
θ ...	Temperatur
ω ...	Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz
μ ...	Reibwert
$\mu(\xi)$...	Reibwertfunktion
$\mu(\varphi)$...	Reibwertverlauf
$\mu_{a/t}$...	Reibwert aus Quotient von axialer und tangentialer Belastung
$\mu_{a/t m}$...	Mittlerer Reibwert (s. $\mu_{a/t}$)
$\mu_l(\xi)$...	Reibwertfunktion, linearer Ansatz
μ_o ...	Obere Reibkennzahl

Formelzeichen	Erläuterung
$\mu_t(\xi)$... Reibwertfunktion, trigonometrischer Ansatz
μ_u	... Untere Reibkennzahl
ν	... Querkontraktionszahl
ξ	... Abstandsverhältnis
τ_z	... Scherspannung
φ	... Drehwinkel
φ_i	... Drehwinkel der Zahnpaarung i
Φ	... Korrekturfaktor des begrenzten Ölangebotes
Ψ	... Temperaturkorrekturfaktor
ψ	... Verdrehwinkel
$A_{>h_g}$... Zusätzliche Kontaktfläche aus $h^* > h_g$
A_{ges}	... Gesamte fiktive Kontaktfläche
A_{real}	... Reale Kontaktfläche
A_{Kant}	... Kontaktfläche infolge Kantentragen
$A_{Kontakt}$... Kontaktfläche
$abw. - frei$... Abweichungsfreie / ideale Verzahnung (kein Fertigungseinfluss)
a	... Amplitude
b	... Zahnbreite
b_{0L}	... Verformungsbreite bei Linienberührung
b_{0K}	... Verformungsbreite infolge Kantentragen
b_z	... Berührbreite, Kontaktbreite
b_{h_g}	... Berührbreite bei $x^* = h_g$
b_{z0}	... Berührbreite bei $x^* = 0$
c_T	... Torsionsfederkonstante
d	... Dicke
d_0	... Teilkreisdurchmesser
E	... Elastizitätsmodul
E_{red}	... Reduzierter Elastizitätsmodul
F	... Kraft
F_A	... Axiale Summenrückstellkraft
F_R	... Radiale Summenrückstellkraft
F_{Reib}	... Reibkraft
F_a	... Axialkraft
F_n	... Normalkraft

Formelzeichen	Erläuterung
F_r ...	Radialkraft
F_t ...	Tangentialkraft
F_p ...	Summenteilungsabweichung
f_α ...	Faktor zur Berücksichtigung des Eingriffswinkels
f_π ...	Faktor
f_μ ...	Faktor
f_H ...	Faktor <i>Hertz</i> sche Theorie $f_H = 2\sqrt{\frac{1-\nu^2}{\pi E}} \approx 237 \cdot 10^{-5} \frac{mm}{\sqrt{N}}$
$f_{H\alpha}$...	Profil-Winkelabweichung
$f_{H\beta}$...	Flankenlinien-Winkelabweichung
f_K ...	Faktor zur Berücksichtigung des Kantentragens
f_a ...	Minimaler Flankenabstand im Kontaktpunkt
$f_{f\alpha}$...	Profil-Formabweichung
$f_{f\beta}$...	Flankenlinien-Formabweichung
f_{hg} ...	Faktor
f_p ...	Teilungs-Einzelabweichung
G ...	Werkstoffparameter der EHD-Theorie
h_e ...	Ellipsenhalbachse
h_g ...	Gemeinsam nutzbare Zahnhöhe
h_{min} ...	Mindestschmierfilmdicke
h^* ...	Berührlänge, Kontaktlänge
h_0 ...	Zentrale Schmierfilmdicke
$(h_0)_\infty$...	Zentrale Schmierfilmdicke bei unbegrenztem Öangebot
h_i ...	Abstand der Oberflächen bei begrenztem Öangebot
$h_{min th}$...	Thermisch korrigierte Mindestschmierfilmdicke
i ...	Laufvariable, Zahnpaarung
k_1 und k_2 ...	Schmierstoffparameter
l ...	Abstand zweier Verzahnungen
m ...	Modul
n ...	Drehzahl
n_S ...	Anzahl der Schritte
P ...	Kupplungsleistung
P_V ...	Verlustleistung
p ...	Druck, Pressung
Q ...	Fertigungsqualität Naben-/Hülsenverzahnung

Formelzeichen	Erläuterung
q ...	Spezifische Reibleistung
R_{am} ...	Summenrauheitswert
R_a ...	Mittenrauhwert
r ...	Radius
r_0 ...	Teilkreisradius
r_b ...	Bombierungsradius
r_f ...	Fußkreisradius
r_g ...	Grundkreisradius
r_{Hz} ...	Krümmungsradius im Achsschnitt des Hülsenzahnes
r_k ...	Kopfkreisradius
r_{Nz} ...	Krümmungsradius im Achsschnitt des Nabenzahnes
S ...	Sicherheitsfaktor
s ...	Zahndicke
s_{ra} ...	Zahndicke im Kopfkreis
s_{rf} ...	Zahndicke im Fußkreis
T ...	Drehmoment
T_{Nenn} ...	Nenndrehmoment
t ...	Zeit
U ...	Geschwindigkeitsparameter der EHD-Theorie
v ...	Geschwindigkeit
v_{gl} ...	Gleitgeschwindigkeit
$v_{x\ gl}$...	Gleitgeschwindigkeit in Zahnhöhenrichtung
$v_{y\ gl}$...	Gleitgeschwindigkeit in Zahndickenrichtung
$v_{z\ gl}$...	Gleitgeschwindigkeit in Zahnbreitenrichtung
v_{hy} ...	Hydrodynamische Geschwindigkeit
W ...	Belastungsparameter der EHD-Theorie
w ...	Verformung
w_χ ...	Verformungstiefe infolge Verkipfung
w_{0L} ...	Verformungstiefe bei Linienberührung
x_1, y_1, z_1 ...	Nabenzahnkoordinaten
x_2, y_2, z_2 ...	Hülsen Zahnkoordinaten
x^* ...	Laufkoordinate
z ...	Zähnezahl
z_{trag} ...	Anzahl tragender Zahnpaarungen

Häufig verwendete Indizes:

a	Axial	m	Mittel	r	Radial
EHD	Elastohydrodynamisch	max	Maximum, maximal	t	Tangential
g	Gemeinsam	min	Minimum, minimal	$trag$	Tragend
gl	Gleit \sim	N	Nabe	u	Unten
H	Hülse	n	Normal	\ddot{u}	Übertragen
hy	Hydrodynamisch	o	Oben	1	Nabe
Kp	Kontaktpunkt	p	Phasenverschoben	2	Hülse

Anmerkung: Aufgrund der Einbeziehung unterschiedlicher Wissenschaftsgebiete in dieser Arbeit entstehen Überschneidungen bei der Verwendung gleicher Formelzeichen und Indizes. Gelegentlich erzwang dies eine Abweichung von den genormten bzw. gängigen Bezeichnungen, um eindeutige Zuordnungen zu erlangen.

1 Einleitung

Die Fähigkeit der Zahnkupplung vergleichsweise große Axial- und Winkelbewegungen auszuführen und Radialverlagerungen aufzunehmen bei gleichzeitiger Übertragung von Drehbewegung und Drehmoment kennzeichnet dieses robuste Maschinenelement. Hinzu kommen kleine Abmessungen, wenig Einzelteile und eine nicht kostenintensive Fertigung gegenüber adäquaten Lösungen. Bei der Forderung nach geringem Bauraum, großer Verlagerung und hohem Drehmoment stellt die Zahnkupplung aufgrund Ihrer hohen Leistungsdichte meist das ökonomisch vorteilhaftere Verbindungselement dar.

Zunehmend erfolgt eine Bewertung des gesamten Antriebsstranges unter Verwendung von Simulationsprogrammen. Wegen dieser fortwährend wachsenden Bedeutung der Simulation, schon in frühen Phasen einer technischen Entwicklung, sind neben Modellparametern (Abmessungen, Massen, Trägheiten, Steifigkeiten usw.), die das Verhalten einzelner Antriebselemente hinreichend genau abbilden, auch die betriebsbedingten Rückstellwirkungen der einzelnen Antriebselemente auf die Schnittstellen im Antriebsstrang notwendig. Anhand von Kennfeldern, analytischen Zusammenhängen oder einzelnen Parametern muss für jedes Antriebselement dazu das physikalische Verhalten in Abhängigkeit von den Systemkenngrößen bekannt sein.

Für Zahnkupplungen stehen gegenwärtig zur Berechnung adäquater Modellparameter keine hinlänglichen Bestimmungsmethoden bereit. Kenntnisse in Bezug auf das dynamische Verhalten von Zahnkupplungen beruhen in hohem Maße auf praktischen Erfahrungen an Industrieanlagen.

Vor dem Hintergrund stetig wachsender Anforderungen an die Zahnkupplung hinsichtlich Drehzahl, Drehmoment und Auslenkung kann nur noch in geringem Maße auf Erfahrungswerte zurückgegriffen werden. Diese Belastungsparameter weisen eine unmittelbare Auswirkung auf die Anschlusskonstruktion auf, da diese die betriebsbedingten Zusatzbelastungen kompensieren muss.

In der jüngeren Vergangenheit sind verfeinerte Berechnungsansätze zur Bemessung der Kupplungsverzahnungen von [Bünder 00] und [Neugebauer 03] abgeleitet worden. Aussagen hinsichtlich der zu erwartenden Rückstellwirkungen zur Lagerbemessung der angrenzenden Aggregate wie Motor, Getriebe und Arbeitsmaschine bedürfen nun einer Einbeziehung dieser neugewonnenen Erkenntnisse.

2 Stand des Wissens

Die ersten nennenswerten wissenschaftlichen Analysen der Kupplungsverzahnungen sind in den 70er Jahren vorgenommen worden. [Benkler 70] eruierte erstmals die ungleichmäßige Aufteilung des zu übertragenden Drehmomentes auf die vorhandenen Zahnpaarungen. Ursächlich dafür ist in erster Linie die winklige Auslenkung von Hülsen- und Nabenverzahnung. Die einzelnen Verlagerungsanteile infolge der Schwenk- und Kippbewegung des Naben- gegenüber des Hülsenzahnes wurden superpositioniert. Im Ergebnis konnte das instationäre Verhalten (Lastverteilung) einer Zahnpaarung während eines vollen Umlaufes ($0^\circ < \varphi \leq 360^\circ$) aufgezeigt und die Extremwerte abgeschätzt und zur Dimensionierung herangezogen werden.

1977 wurden aufbauend auf diesen Feststellungen von [Benkler 70] zwei weitere tiefgehende Arbeiten veröffentlicht. In [Heinz 77] widmete sich der Autor dem Reibungsverhalten der Zahnkupplung. Anhand eines Reibungszustandsdiagramms erfolgt eine Beurteilung des sich einstellenden Reibungszustandes. Dazu wurden zwei Kennzahlen, die Tragfähigkeitskennzahl (Verhältnis aus hydrodynamisch möglicher Tragkraft und der maximalen Zahnkraft) und die Pressungsüberlappung (Verhältnis aus halber *Hertz*scher Flächenpressungsbreite und maximalem Weg des Kontaktpunktes) definiert. Es wurde festgestellt, dass die ausgelenkte Kupplungsverzahnung vornehmlich einen Reibwert im Mischreibungsgebiet aufweist. Die gewonnenen theoretischen Ergebnisse sind konform zu den umfangreichen experimentellen Untersuchungen.

Die Arbeit von [Fleiss 77] stellt das dynamische Verhalten und den Axialschub in den Mittelpunkt. Hierbei sind die auftretenden Betriebsfälle mit den resultierenden Auswirkung analysiert. Aus der Exzentrizität zwischen Naben- und Hülsenverzahnung, bedingt durch Fertigungsfehler, resultierte eine schwingungserregende Wirkung der Massekräfte in radialer Richtung. In beiden Arbeiten basieren die Berechnungen auf einem konstanten mittleren Reibwert. Der instationäre Charakter wird dabei nicht einbezogen.

Auch in [Strauß 84], der die Flächenpressung, die Gleitgeschwindigkeit und den Reibwert als maßgebende Größen zur Beurteilung des Verschleißes heranzieht, berücksichtigt die Abhängigkeit des Reibwertes von der Drehstellung nicht. Die Betrachtungen des tribologischen Systems Zahnpaar gelten vornehmlich dem Verschleißverhalten des oszillierenden Gleitkontaktes unter pulsierender Belastung.

In [Bär/Kunze 86] wurde bei späteren Untersuchungen festgestellt, dass die bis dahin getroffenen geometrischen Näherungen zur Darstellung unzureichend sind. Anhand differentialgeometrischer Beschreibung einer ausgelenkten Verzahnung erschließt sich der Flankenabstand. Dabei wird ein zur Kupplungshülse koaxialer Schnitzzylinder verwendet, der die Flanken von Hülse und Nabe schneidet. Der Abstand zwischen den Schnittkurven von Hülse und Nabe drückt den vorliegenden Flankenabstand aus. Gemäß den Untersuchungen liefert diese Methode der Flankenabstandsrechnung, vor allem bei größeren Bombierungsverhältnissen, zuverlässigere Ergebnisse. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen entwickelte [Pries 91] ein Modell zur Optimierung der Bombierung (Profilverschiebung der Evolvente am Nabenzahn in Abhängigkeit der Zahnbreitenkoordinate) der Nabenzahngeometrie hinsichtlich einer Nivellierung des Flankenabstandsverlaufes, über den die instationären Beanspruchungen hervorgerufen werden. Hierbei handelt es sich vorerst um ein Starrkörpermodell. Resultierend daraus konnte eine Kupplungs-

verzahnung für einen einzigen Betriebspunkt bezüglich der Verlagerung optimiert werden. Die Ermittlung der optimalen Bombierungsfunktion erfolgte lediglich über den Parameter der Bombierung in der Außenverzahnung und behielt die Evolvente bei.

Eine weitere aussagefähige Arbeit beinhaltete die Analyse der Beanspruchungen in der Kupplungsverzahnung, [Bünder 00]. Darin legte der Autor die Ursachen von Ungenauigkeiten für bisher benutzte Bemessungsmethoden dar. Sie basieren insbesondere auf dem Nachweis von [Bär/Kunze 86], wonach die bisherige Annahme, der Axialschnitt eines bombierten Nabenzahnes in einem bestimmten Abstand vom Drehmittelpunkt sei ein Kreisbogen, nicht zutrifft. Mit den Berechnungsgrundlagen in [Bünder 00] für Kupplungsverzahnungen ist es gelungen, „innere“ Beanspruchungen aus der Wirkung äußerer Belastungen zu beschreiben. Die bisher nur praktisch beobachteten Erscheinungen, wie z. Bsp. Orte konzentrierter Verschleißspuren auf Zahnflanken, ließen sich erstmals rechnerisch belegen. Weiterhin sind Erkenntnisse von [Matthias 81] aus der Wälzlagerforschung auf die Kontaktverhältnisse von Kupplungsverzahnungen angewendet worden. Es handelt sich dabei um ein Modell, das einer Beanspruchungserhöhung infolge ungünstiger Kontaktbedingungen, wie schon von [Heinz 77] beobachtet (z. Bsp. Kopf-, Fuß- oder Kantenträgen) Rechnung trägt. Diese Arbeit hat unter Einbeziehung von Zahn- und Radkörperverformungen sowie Verzahnungsabweichungen einen wesentlichen Beitrag zur Bestimmung der instationären Lastverteilung beigetragen.

Mit den systematischen Darlegungen aus [Neugebauer 03] können den Kupplungsverzahnungen neben der Flächenpressung auch die spezifische Reibleistung als beanspruchungsrelevante Größe insbesondere bei kleinen Auslenkungen zugeordnet werden. Die Eigenschaften zum Verschleiß, zur spezifischen Reibleistung und zum Reibwert waren zentraler Gegenstand der Untersuchungen. Die Ermittlung zulässiger Beanspruchungen und die Festlegung darauf basierender Tragfähigkeitsnachweise für Kupplungsverzahnungen sind insbesondere unter Verwendung der von [Fleischer 03] eingeführten Verformungsenergiedichte in einer Gleitpaarung abgeleitet worden.

Die Arbeit von [Beckmann 05] beruht auf einer langjährigen Berufserfahrung in der Bemessung von Zahnkupplungen. Es wird eine auf experimentelle Untersuchungen beruhende Methode vorgestellt, mit der die mechanischen Beanspruchungen der Verzahnung fertigungsgerecht und anwendungssicher ausgelegt werden kann. Bei der Ermittlung von Lastüberhöhungs- bzw. Traganteilsfaktor (Auslenkungs- bzw. Qualitätseinfluss) zur Einbeziehung der instationären Lastverteilung des Drehmomentes wird auch auf die Untersuchungen von [Bünder 00] zurückgegriffen.

Bei allen aufgeführten Literaturstellen ist in der Berechnung die Konstanz des Reibwertes in Abhängigkeit des Drehwinkels unterstellt worden. Die Einflussgrößen, die das tribologische System „Zahnpaar“ charakterisieren, wie z. Bsp. Normalkraft, Gleitgeschwindigkeit, Kontaktpunktkoordinaten auf den Zahnflanken usw., weisen jedoch eine nicht unerhebliche Determiniertheit vom Drehwinkel auf.

In der vorliegenden Arbeit soll nunmehr eine analytische Methode entwickelt werden, die eine zuverlässige und exakte Beschreibung der sich einstellenden Rückstellreaktionen an Zahnkupplungen zulässt. Basis dafür bildet die Lastverteilungsanalyse aus [Bünder 00] die alle wesentlichen Einflussparameter einbezieht.

Aufbauend auf den umfangreichen Untersuchungen zur Lastverteilung, den resultierenden Zahnkräften und dem Schmierfilmbildungsprozess ist eine weitreichende theoretische Betrachtung der Rückstellreaktionen durchzuführen und ein entsprechendes Wirkmodell zu entwickeln. Unter Wirkmodell ist hierbei ein parametrisches und iterativ zu lösendes Kräftegleichgewicht einer Kupplungsverzahnung zu verstehen, in dem die Lastverteilung, der Schmierfilmbildungsprozess und die Reibungsmechanik eingehen müssen. Es ist naheliegend, dass der Reibwert drehwinkelabhängig ist und mit den bisherigen Berechnungsmethoden nicht hinreichend beschrieben werden kann. Folglich ist ein theoretischer Ansatz für die Bestimmung des Reibwertes herauszuarbeiten. Die Kenntnis des minimalen Flankenabstands ist hierfür keinesfalls ausreichend. Angesichts des mehrfach parametrischen, instationären Charakters des Tribo- und Lastzustandes sowie der Lastverteilung in der Kupplungsverzahnung ist auch für die Rückstellreaktionen von einem instationären Prozess auszugehen.

Das analytische Ergebnis wird mit den experimentellen Erkenntnissen verifiziert.

3 Allgemeine Bezeichnungen und Vereinbarungen

Zur Verbesserung der Lesbarkeit erfolgt an dieser Stelle eine transparente Darlegung von Vereinbarungen und Erläuterung der verwendeten Terminologie. Es liegt die Verzahnung einer Zahnkupplung (Kupplungsverzahnung) im Sinne der Abbildung 3.1 zu Grunde. Bei der Verzahnung handelt es sich um eine Paarung eines außenverzahnten Nabenkörpers (Nabenverzahnung) mit einem korrespondierenden innenverzahnten Hülsenkörper (Hülsenverzahnung).

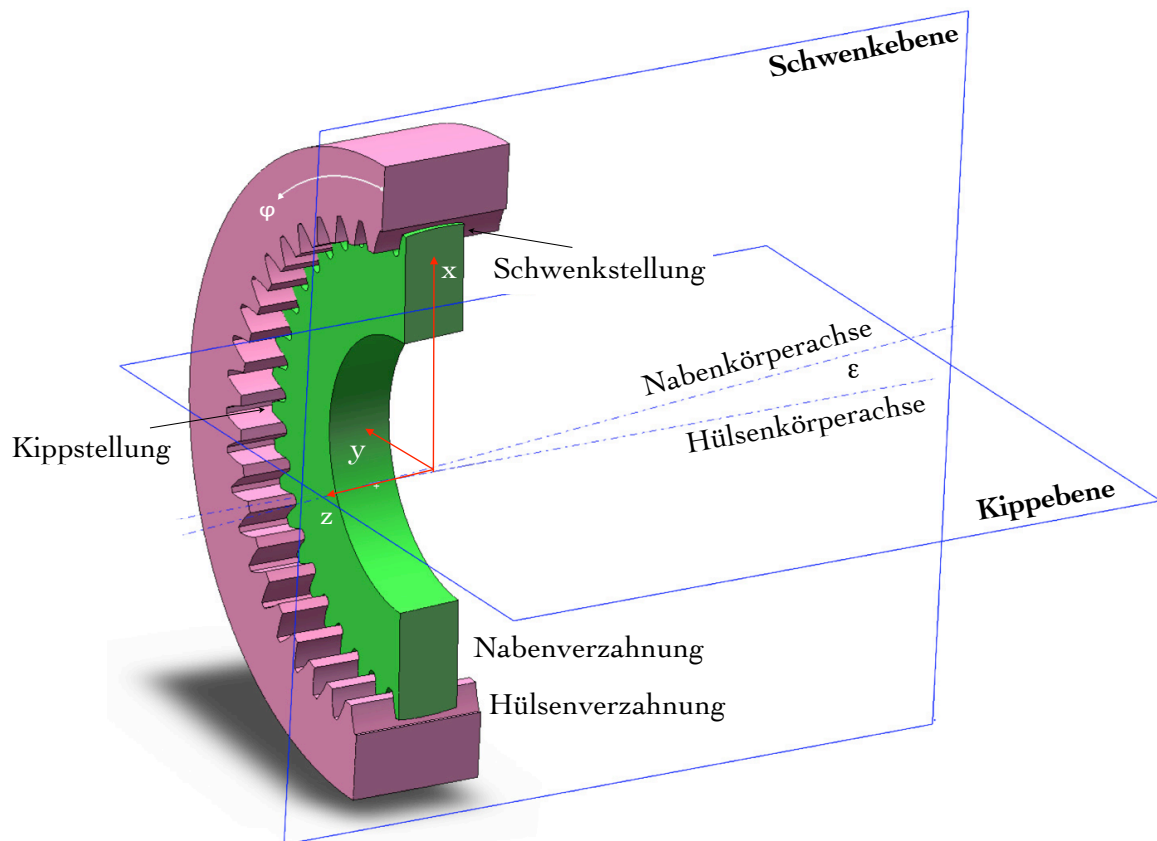


Abbildung 3.1: Bezeichnung der beiden Komponenten: Nabenkörper und Hülsenkörper

Aus der funktionellen Forderung heraus an die Zahnkupplung zwei nicht fluchtende (verlagerte) Wellen zur Leistungsübertragung zu kuppeln, zieht dies eine Auslenkung der Naben- gegenüber der Hülsenverzahnung nach sich. Hierbei wird unter Verlagerung die Kombination von axialem, radialem (nur bei Anordnung zweier in Reihe geschalteter Zahnkupplungen möglich) und winkeligem Anteil verstanden, wohingegen die Auslenkung (winkelige Verlagerung) lediglich den winkelligen Beitrag einschließt. Jeder radiale Versatz zweier Verzahnungsebenen kann auf eine Auslenkung der Verzahnungen zurückgeführt werden. Infolge der Auslenkung um den Winkel ϵ (siehe Abbildung 3.1) ergeben sich für Zahnkupplungen zwei charakteristische Positionen des Nabenzahnes gegenüber dem gepaarten Hülsenzahn. Zum Einen tritt ein reines Verschwenken (Schwenkstellung) bei einem Drehwinkel $\varphi = 0^\circ$ bzw. 180° auf. Um jeweils 90° versetzt dazu wird der Naben Zahn gegenüber dem benachbarten Hülsen Zahn verkippt (Kippstellung bei

$\varphi = 90^\circ$ bzw. 270°). Der Auslenkungswinkel ϵ und dessen Orientierung im Raum wird durch die Anordnung der zu verbindenden Wellen festgelegt. Für das Modell der Zahnkupplung definiert der aufgespannte Winkel ϵ die Schwenkebene. Die Bezeichnung orientiert sich an der relativen Lage der kontaktierten Zahnpaarung (verschwenkt) zueinander. Orthogonal dazu und durch die Rotationsachse der Hülsenverzahnung (Hülsenkörperachse) verlaufend ist die Kippebene definiert.

Um die diskretisierten Zahnflanken anhand eines Netzes beliebiger Punktdichte analysieren zu können, empfiehlt sich die Einführung zweier rechtwinkliger Ebenen. Der Achsschnitt (Abbildung 3.2) verläuft parallel zur Rotationsachse der jeweils untersuchten Verzahnung und enthält die Zahnform in Zahnbreitenrichtung. Variiert wird hierbei die Zahnhöhenkoordinate, vom Zahnfuß bis hin zum Zahnkopf. Senkrecht dazu erstreckt sich der Stirnschnitt. Dieser beinhaltet die Evolvente und erfährt in Zahnbreitenrichtung eine Veränderung. Anschaulich sind beide Schnittebenen in der Abbildung 3.2 zu ersehen.

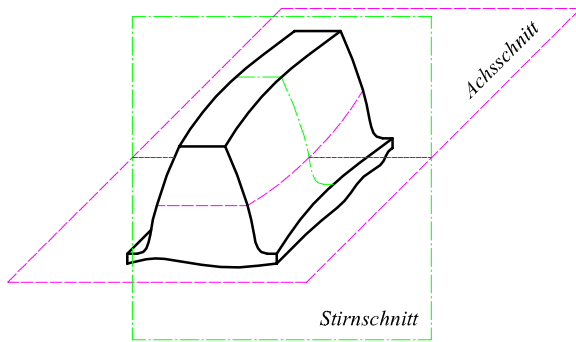


Abbildung 3.2: Stirn- und Achsschnitte an einem Einzelzahn

Im Stirnschnitt treten Tangential- F_t und Radialkräfte F_r auf. Anhand trigonometrischer Addition (Gleichung (3.1)) kann daraus die wirkende Normalkraft F_{nS} ermittelt werden. Wird sich in dieser Arbeit auf die wirkenden Normalkraft bezogen, so ist die Normalkraft im Stirnschnitt $F_{nS} = F_n$ gemeint. Die räumliche Normalkraft F_{3D} bedarf der Einbeziehung der axialen Kraftkomponente F_a nach Gleichung (3.2).

Die benutzen geometrischen und kinematischen Verhältnisse knüpfen nahtlos an die gewonnenen Forschungsergebnisse vorangegangener Arbeiten an. Sehr deutlich werden die grundlegenden Be-

zeichnungen in der aus [Bär/Kunze 86] entnommenen Abbildung 3.4 dargelegt. Auch die Arbeiten von [Kunze 88], [Pries 91], [Bünder 00] und [Neugebauer 03] sind in Anlehnung dieser Nomenklatur entstanden.

$$F_{nS} = F_n = \sqrt{F_t^2 + F_r^2} = F_t \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)} \quad (3.1)$$

$$F_{3D} = \sqrt{F_t^2 + F_r^2 + F_a^2} \quad (3.2)$$

Soweit nicht anderweitig gekennzeichnet, findet das in der Abbildung 3.3 dargestellte Koordinatensystem Anwendung. Für Innen- bzw. Außenverzahnung werden adäquate Indizes benutzt (Nabe \dots_1 bzw. Hülse \dots_2). Diese lokalen kartesischen Koordinatensysteme ($0_1 : x_1; y_1; z_1$) und ($0_2 : x_2; y_2; z_2$) sind fest mit dem jeweiligen Zahn verbunden (vgl. mit Abbildung 3.4).

In der Abbildung 3.3 weisen die Kräfte und Kontaktpunktkoordinaten (x_{Kp}, y_{Kp}, z_{Kp}) eine Abhängigkeit vom Drehwinkel φ_i auf. Hierbei ist unter dem Drehwinkel mit dem Index i ($1 \leq i \leq z$) der Winkel zu verstehen, der der jeweiligen Zahnpaarung i zugeordnet ist (vgl. φ in Abbildung 3.1).

Bei der Darstellung der Belastungen am Nabenzahn in der Abbildung 3.3 sei lediglich auf die Abhängigkeit von dem Drehwinkel der Zahnpaarung φ_i verwiesen. Unterstrichen wird damit der instationäre Charakter dieser Zahnkräfte. Wohlwissend, dass hierbei eine Vielzahl konstruktiver Parameter sowie Belastungsparameter einen nicht unerheblichen Einfluss ausüben.

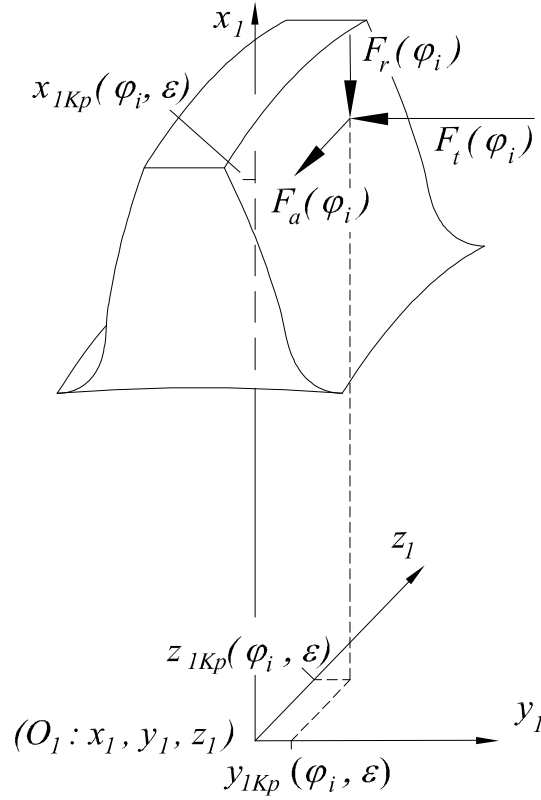
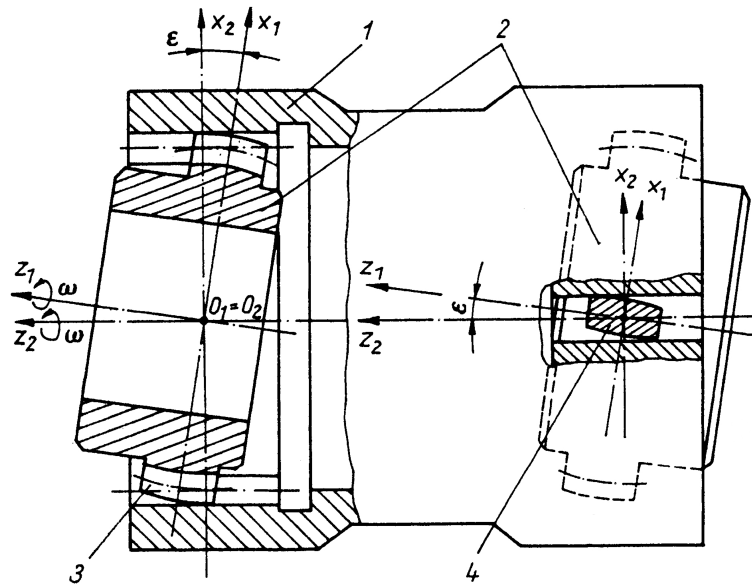


Abbildung 3.3: Belastungen auf der Nabenzahnflanke

$$\varphi_i = \frac{2\pi}{z}i \quad \text{mit} \quad 1 \leq i \leq z \quad (3.3)$$

Verzahnungen ohne den Einfluss von Fertigungsabweichungen (abweichungsfreie oder ideale Verzahnungen) lassen zwei verschiedenartige Sichtweisen zu. Zum Einen ist eine Betrachtung einer Zahnpaarung bei einem vollen Umlauf $0^\circ < \varphi \leq 360^\circ$ denkbar und Andererseits kann jeder Zahnpaarung i ein konkreter Drehwinkel $0^\circ < \varphi_i \leq 360^\circ$ mit $1 \leq i \leq z$ zugeordnet werden. Ohne Einbeziehung des Fertigungseinflusses liefern beide Betrachtungen identische Ergebnisse wie, z. Bsp. $F_t(\varphi) = F_t(\varphi_i)$, $x_{1Kp}(\varphi) = x_{1Kp}(\varphi_i)$ usw.. Eine Diskrepanz besteht lediglich in der „Feinheit“ der Intervallbreite von φ_i . Diese wird durch die Anzahl der vorhandenen Zahnpaarungen bestimmt, vgl. Gleichung (3.3), wohingegen φ beliebig fein gliederbar ist.

Weiterhin ist formal zwischen der Bezeichnung Zahn und Zahnpaarung zu unterscheiden. Der Begriff Zahnpaarung wird immer dann verwandt, wenn zwei abweichungsbehaftete Zähne einer Analyse zu Grunde liegen.



1	...	Hülsenkörper	3	...	Schwenkstellung des Nabenzahnes
2	...	Nabenkörper	4	...	Kippstellung des Nabenzahnes

Abbildung 3.4: Geometrische und kinematische Verhältnisse an einer Zahnkupplung aus [Bär/Kunze 86]

Üblich für die Herstellung von verlagerungsfähigen Mitnehmerverzahnungen ist die Verwendung des evolventischen Bezugsprofils (DIN 867). Für die Wahl der Evolvente als Zahnform ist die Fertigung maßgeblich, da so in hohem Maß auf Erfahrungen, Methoden, Werkzeuge und Prüfmittel der Laufverzahnungen zurückgegriffen werden kann. Nachteile bezugnehmend auf Kinematik und Lastverteilung werden bisher in Kauf genommen (vgl. dazu [Pries 91], [Bünder 00] und [Neugebauer 03]). Prinzipiell gelten daher auch die Begrifflichkeiten der Evolventenverzahnung nach DIN 3960 für die Verzahnungsparameter der Zahnkupplung.

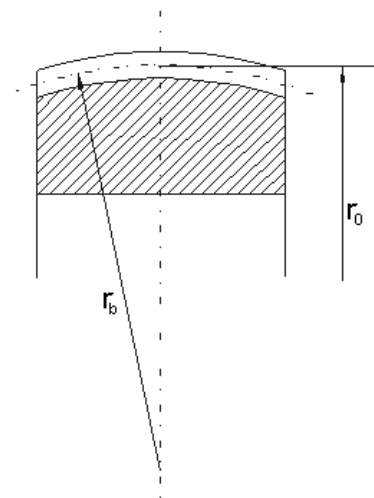


Abbildung 3.5: Bombierungsradius r_b und Teilkreisradius r_0 am Naben Zahn aus [Bünder 00]

$$\lambda = \frac{r_b}{r_0} \quad (3.4)$$

Die Außenverzahnung unterscheidet sich jedoch erheblich von der einer Laufverzahnung durch das Vorhandensein einer Bombierung. Unter Bombierung wird eine Veränderung der Profilverformung über der Zahnbreite verstanden. Sie ist konstant bei Kreisbogenbombierung und findet in dieser Form in der Praxis vornehmlich Anwendung. In den Betrachtungen dieser Arbeit wird stets die Kreisbogenbombierung unterstellt. Zur Beurteilung des Einflusses ist es sinnvoll,

den konstanten Bombierungsradius r_b auf den Teilkreisradius r_0 zu beziehen. Die geometrischen Parameter der Gleichung (3.4) sind in der Abbildung 3.5 zu finden. Zusätzlich werden die nachstehenden Bedingungen vereinbart:

- ⇒ Die Ausführungen beziehen sich stets, soweit nicht anders gekennzeichnet, auf die Kuppelungsverzahnung.
- ⇒ Der Einfluss auf die wirkenden Kräfte zwischen den Zahnpaarungen wird durch die Verwendung einer Kopfzentrierung vernachlässigt.
- ⇒ Der Auslenkungswinkel ϵ , zwischen der Naben- und der Hülsenachse, spannt eine Ebene (Schwenkebene) im Raum auf (vgl. Abbildung 3.1).
- ⇒ Die Zahnpaarungen, die sich in der Schwenkebene befinden, weisen einen Drehwinkel von $\varphi = 0^\circ$ bzw. $\varphi = 180^\circ$ auf (vgl. Abbildung 3.1).
- ⇒ Die Kippebene steht orthogonal auf der Schwenkebene und die Zahnpaarungen besitzen einen Drehwinkel von $\varphi = 90^\circ$ bzw. $\varphi = 270^\circ$.

Zur übersichtlicheren Darstellung werden die Berechnungsergebnisse normiert. Dazu werden mittlere Kräfte herangezogen, die anhand der nachstehenden formelmäßigen Zusammenhänge ermittelbar sind:

$$F_{n\text{ mittel}} = \frac{T}{z \cdot r_0 \cdot \cos(\alpha_0)} \quad (3.5)$$

$$F_{t\text{ mittel}} = \frac{T}{z \cdot r_0} \quad (3.6)$$

$$F_{r\text{ mittel}} = \frac{T \cdot \tan(\alpha_0)}{z \cdot r_0} \quad (3.7)$$

3.1 Belastungs- und Verzahnungsdaten der verwendeten Kupplungsverzahnung

3.1.1 Beispielverzahnung

In dieser Arbeit werden theoretische und experimentelle Untersuchungen an Beispielverzahnungen vorgenommen. Zur besseren Vergleichbarkeit der erzielten Ergebnisse, sollen schon an dieser Stelle die wesentlichen Parameter in der Tabelle 3.1 aufgeführt werden.

Es wird unterschieden zwischen einer Beispielverzahnung (Serienverzahnung) für die rechnerischen Analysen und einer modifizierten Verzahnung, die zu experimentellen Untersuchungen konstruiert und fertigungstechnisch umgesetzt wurde.

Tabelle 3.1: Ausgewählte Geometrie- und Belastungsparameter der verwendeten Kupplungsverzahnung

		Serienverzahnung	Modifizierte Verzahnung (Prüfkupplung)
Modul	m in $[mm]$	2.5	2.5
Zähnezahl	z in $[-]$	42	6
Eingriffswinkel	α_0 in $[^\circ]$	20	20
Bombierungsradius	r_b in $[mm]$	52.5	52.5
Zahnbreite der Hülse	b_H in $[mm]$	25	25
Zahnbreite der Nabe	b_N in $[mm]$	14	14
Größte Auslenkung	ϵ_{max} in $[^\circ]$	1.5	1.5
Nenndrehmoment	T_{Nenn} in $[Nm]$	2100	300
Höchstzahl	n_{max} in $[min^{-1}]$	2000	2000

3.1.2 Verzahnungsabweichung

Unter Verzahnungs- oder Fertigungsabweichungen sind grundsätzlich die aus der Herstellung der Verzahnung herrührenden geometrischen Abweichungen (Fehler) zur Idealflanke zu verstehen. Es gilt dabei den Fertigungsprozess als ganzheitlich inklusive Nach- und Wärmebehandlungen aufzufassen. Eingang findet dies in dem Qualitätssystem von [Kunze 88]. Aufbauend auf der Lastverteilungsanalyse von [Bünder 00] sind folgende Abweichungen relevant:

⇒ Teilungs-Einzelabweichung (Einzelteilungsabweichung) f_p

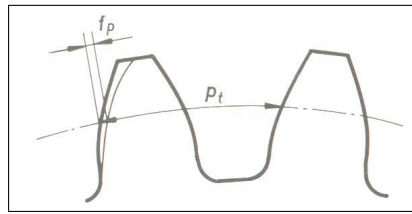
⇒ Profil-Formabweichung $f_{f\alpha}$

⇒ Profil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$

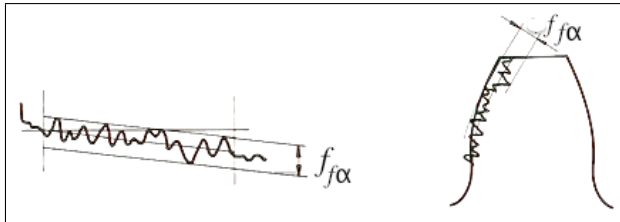
⇒ Flankenlinien-Formabweichung $f_{f\beta}$ und

⇒ Flankenlinien-Winkelabweichung $f_{H\beta}$.

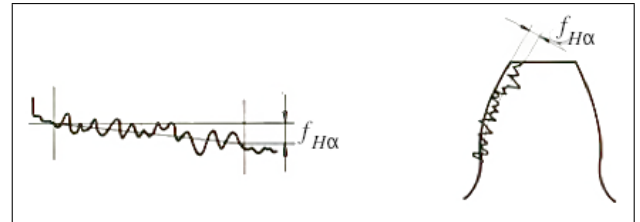
Die einzelnen Verzahnungsabweichungen im Stirnschnitt sind in Abbildung 3.6a) bis 3.6c) und bezüglich der Flankenlinie in Abbildung 3.6d) und 3.6e) anschaulich aufgezeigt. Der Einfluss der Verzahnungsabweichungen auf die Lastverteilung, die aus dem Fertigungsprozess herrühren, ist nicht unerheblich.



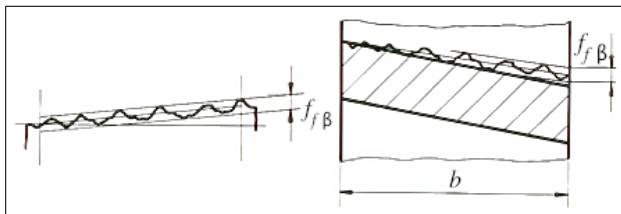
a) Teilungs-Einzelabweichung f_p



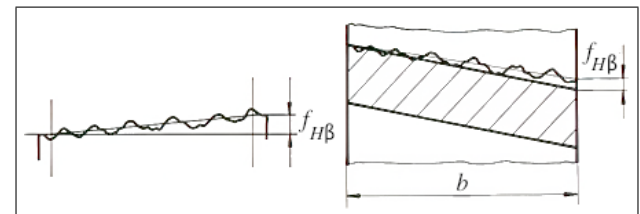
b) Profil-Formabweichung $f_{f\alpha}$



c) Profil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$



d) Flankenlinien-Formabweichung $f_{f\beta}$



e) Flankenlinien-Winkelabweichung $f_{H\beta}$

Abbildung 3.6: Maßgebende Verzahnungsabweichungen für Mitnehmerverzahnungen aus [Linke 96]

Nach Bestimmung der Kontaktpunkte (aus der Flankenabstandsberechnung) anhand von differentialgeometrischer Betrachtung (siehe [Bär/Kunze 86]) wird der Fertigungsfehler vorzeichenbehaftet dem Flankenabstand aufgeschlagen.

Profil-Winkelabweichungen und Profil-Formabweichungen (kumuliert: Profil-Gesamtabweichung) üben eine erhebliche Wirkung auf die sich einstellende Beanspruchung aus (vgl. Modell zum Kantentragen Seiten 23ff. insb. Kippwinkel χ). Im Rahmen der Lastverteilungsanalyse erfolgt eine Reduktion der einzelnen Anteile der Verzahnungsabweichungen (Abbildung 3.6b) bis e)) zu einer Einzelteilungsabweichung. Bedeutsam sind die Abweichungen jeweils im Kontaktpunkt, wodurch eine Überlagerung zu einer resultierenden Einzelteilungsabweichung (Abbildung 3.7) notwendig wird.

Für die Rückstellwirkungen und das Systemverhalten von Mitnehmerverzahnungen sind die Fertigungsabweichungen von elementarer Bedeutung. Um im Rahmen dieser Arbeit eine durchgehende Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten, werden den abweichungsbehafteten Berechnungen stets, in Abhängigkeit der vorgegebenen Fertigungsqualität, identische Teilungsabweichungen zu Grunde gelegt. In den Abbildungen B.1 bis B.8 sind die verwendeten Teilungsabweichungen der Beispielverzahnung dargestellt. Alle verwendeten Verzahnungen sind im Anhang B auf den Seiten 122ff. aufgezeigt.



Abbildung 3.7: Einzelteilungsabweichung am Naben- und Hülsenzahn - schematisch

3.2 Verwendete Schmierstoffe

Hinter den allgemein gehaltenen Bezeichnungen Fett- bzw. Ölschmierung verbergen sich die in der Tabelle 3.2 benannten Schmierstoffe. Diese fanden vornehmlich bei den Prüfstanduntersuchungen Anwendung.

Tabelle 3.2: Bezeichnungen der verwendeten Schmierstoffe

Fettschmierung:	<i>ESSO Fibrax 370</i>	GP Fließfett (NGLI Klasse 0)
Ölschmierung:	<i>ESSO Spartan EP 460</i>	CLP Öl $\nu = 460 \text{ mm}^2/\text{s}$

Zur Berechnung sind die FVA-Referenzöle herangezogen worden, da bei diesen Schmierölen das Viskositäts-Temperatur-Verhalten anhand von VT-Diagrammen zur Verfügung steht (s. Anhang A bzw. Abschnitt 6.3 auf Seite 40).

Bezüglich der Grundviskosität liegen das bei den Versuchsreihen verwendete *ESSO Spartan EP 460* ($\eta_{0 \text{ ESSO}} = 4.05 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ns}}{\text{mm}^2}$) und das FVA-Referenzöl 3 ($\eta_{0 \text{ FVA 3}} = 2.80 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Ns}}{\text{mm}^2}$) vergleichsweise nahe beieinander.

4 Erweiternde Betrachtungen zur Lastverteilung

Eng verbunden mit den Rückstellwirkungen verlagerungsfähiger Mitnehmerverzahnungen sind die inneren Belastungen. Das zu übertragende Drehmoment teilt sich ungleichmäßig auf die zur Verfügung stehenden Zahnpaarungen auf.

Die auf den Zahnflanken angreifenden, zeitlich veränderlichen Belastungen wirken in den drei Raumrichtungen (Abbildung 3.3, Seite 7). Bis auf den axialen Anteil sind diese auch schon von [Bünder 00] analysiert worden. Erweiternd zu den Ergebnissen des zuvor genannten Autors soll nun eine vollständige Umdrehung einer abweichungsbehafteten Zahnpaarung unter Einfluss der verwendeten Steckvariante aufgezeigt werden.

Aus der Lastverteilungsanalyse [Bünder 00] ist das instationäre Verhalten der Belastungen am Einzelzahn bekannt. In diesen Untersuchungen wurden die Einflüsse von Geometrie und Kinematik, Zahnpaarfedersteifigkeiten, Hülsenverformungen (incl. Steifigkeit der Anschlusskonstruktion) und Fertigungsabweichungen einbezogen. Die Verzahnungen erfahren eine inkrementelle Verdrehung gegeneinander. Dabei werden, basierend auf Verformungen und der Überwindung des Flankenabstandes, immer höhere Belastungen der einzelnen Zahnpaarungen hervorgerufen bzw. eine steigende Anzahl von tragenden Zahnpaarungen zur Drehmomentenübertragung herangezogen.

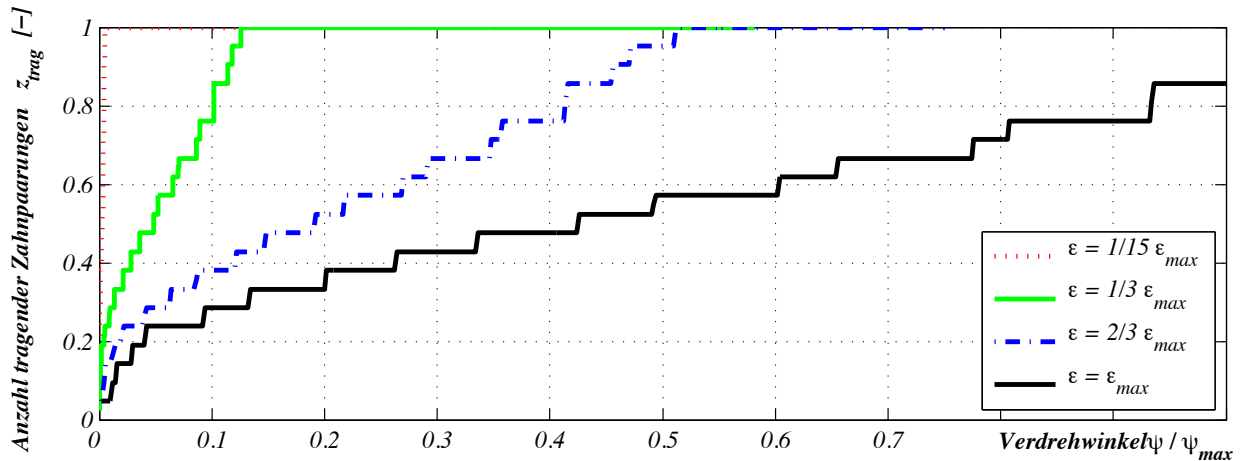


Abbildung 4.1: Anzahl der tragenden Zahnpaarungen z_{trag} als Funktion des Verdrehwinkels ψ bei unterschiedlichen Verlagerungswinkeln ϵ

Zur Veranschaulichung dient die Abbildung 4.1. Darin ist die Anzahl der tragenden Zahnpaarungen als Funktion des Verdrehwinkels (inkrementelle Verdrehung) aufgezeigt. Bei einer Auslenkung von $\epsilon = 1/15 \epsilon_{max}$ erfahren schon bei kleinen Verdrehwinkeln (hier z. Bsp. bei $\psi = 1/200 \psi_{max}$) alle vorhandenen Zahnpaarungen einen physischen Kontakt. Wohingegen unter der maximalen Auslenkung ($\epsilon = \epsilon_{max}$) beim Aufbringen des Nenndrehmomentes ($\psi = \psi_{max}$) nicht alle Zahnpaarungen gleichzeitig zur Leistungsübertragung bemüht werden. Es spiegelt sich die Wirkung der Auslenkung auf den minimalen Flankenabstand und damit auch die Intensität der Belastung der tragenden Zahnpaarungen wider. In allen vier Auslenkungen ist letztlich das Nenndrehmoment zu übertragen. Die Anzahl der dabei einbezogenen Zahnpaarungen sinkt

mit steigender Auslenkung, so dass ungleich hohe Maximalbelastungen auftreten. Hinzu stellen sich zunehmend nachteilige Kontaktbedingungen mit wachsendem ϵ ein, die wiederum eine nicht unerhebliche zusätzliche Beanspruchungserhöhung nach sich ziehen.

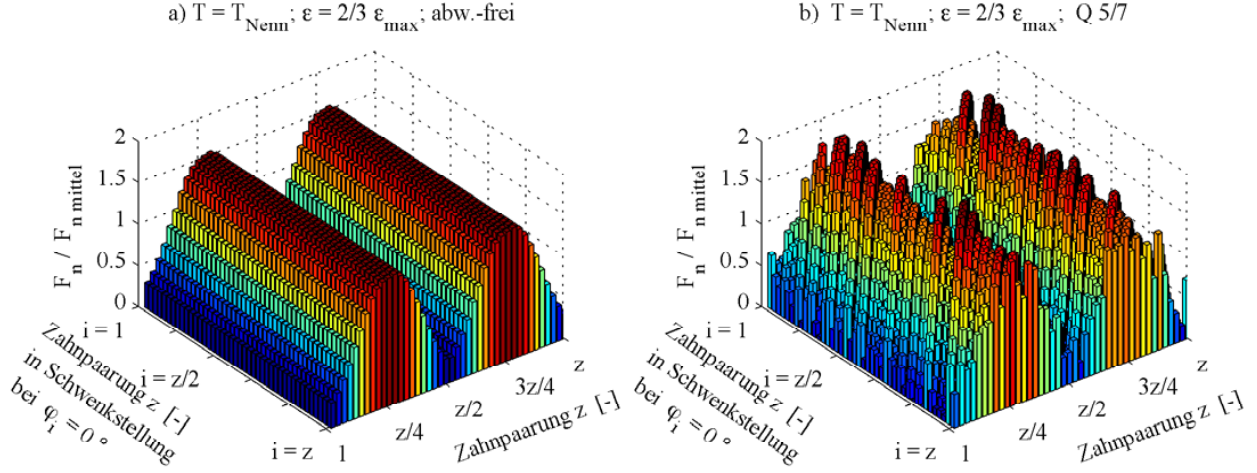


Abbildung 4.2: Tangentialkraft jeder Zahnpaarung für eine volle Umdrehung

Mit der Abbildung 4.2 soll die Verschiedenheit zwischen der Darstellung über den Drehwinkel und der Zahnpaarung herausgestellt werden. Dazu sind nun auf der Abszisse die Zahnpaarungen abgetragen. Die y -Achse weist die Zahnpaarungen auf, die sich jeweils in der Schwenkstellung bei $\varphi_i = 0^\circ$ befinden. In einer Ebene $i = \text{konst.}$ wird das anliegende Drehmoment auf die Zahnpaarungen 1 bis z aufgeteilt. Dabei befindet sich die i -te Paarung in einer exponierten Position bezüglich der Auslenkung nämlich in der Schwenkebene. Mit der Variation von i wird nun jede Zahnpaarung um das Intervall $\frac{360^\circ}{z}$ „weitergedreht“ bis jede einzelne Zahnpaarung eine volle Umdrehung ($i = z$) vollführt hat. Soll nun die Belastung einer Zahnpaarung bei einer vollen Umdrehung aufgezeigt werden, so ist z. Bsp. bei der Paarung $z = 1$ die Diagonale der x - y -Ebene zu betrachten. Es ergibt sich dann eine Darstellung der jeweiligen Größe über dem Winkel $\varphi_{i=1}$ mit $0^\circ < \varphi_{i=1} \leq 360^\circ$ mit symmetrischem Verlauf, vgl. Abbildung 4.4.

Bei einer Verzahnung ohne Vorhandensein von Fertigungsungenauigkeiten liefern die Darstellungen über den Drehwinkel φ und φ_i identische Resultate, da die Teilungsabweichungen aller Zähne $f_{pHi} = f_{pNi} = 0$ gleich groß sind, vgl. Abbildung 4.2a). Jede Zahnpaarung $1 \geq i \geq z$ erfährt deckungsgleiche Belastungen bei einem Umlauf. Betrachtet man hingegen reale Verzahnungen, so ist eine Unterscheidung dahingehend zwingend erforderlich. Auch eine abweichungsbehaftete Verzahnung kann über dem Drehwinkel φ dargestellt werden. Dabei wird bei jedem Zahn auf einen individuellen Teilungsfehler zurückgegriffen. Zur Kennzeichnung der divergierenden Darstellungen wird anstelle von φ nun ggf. φ_i gewählt.

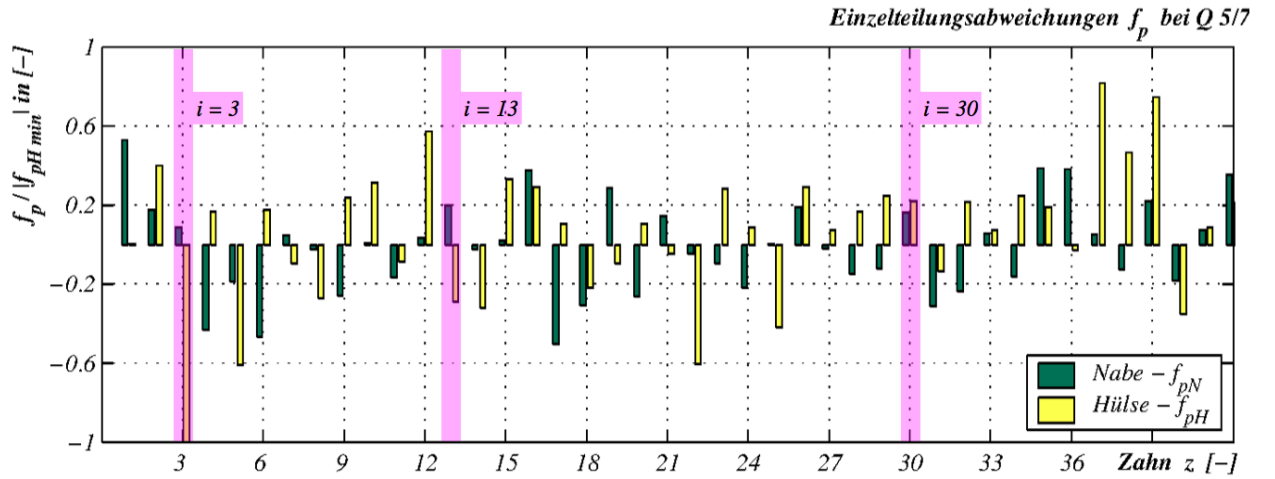


Abbildung 4.3: Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsevenverzahnung bei einer Verzahnungsqualität $Q5/7$

Will man Kenntnis bezüglich des Verhaltens einer vollständigen Umdrehung aller Zahnpaarungen erlangen, so ist die Darstellungsweise der Abbildung 4.2b) heranzuziehen. Zur Bemessung der Verzahnung ist der daraus ermittelte Maximalwert i.V.m. mit den sich einstellenden Kontaktbedingungen anzusetzen.

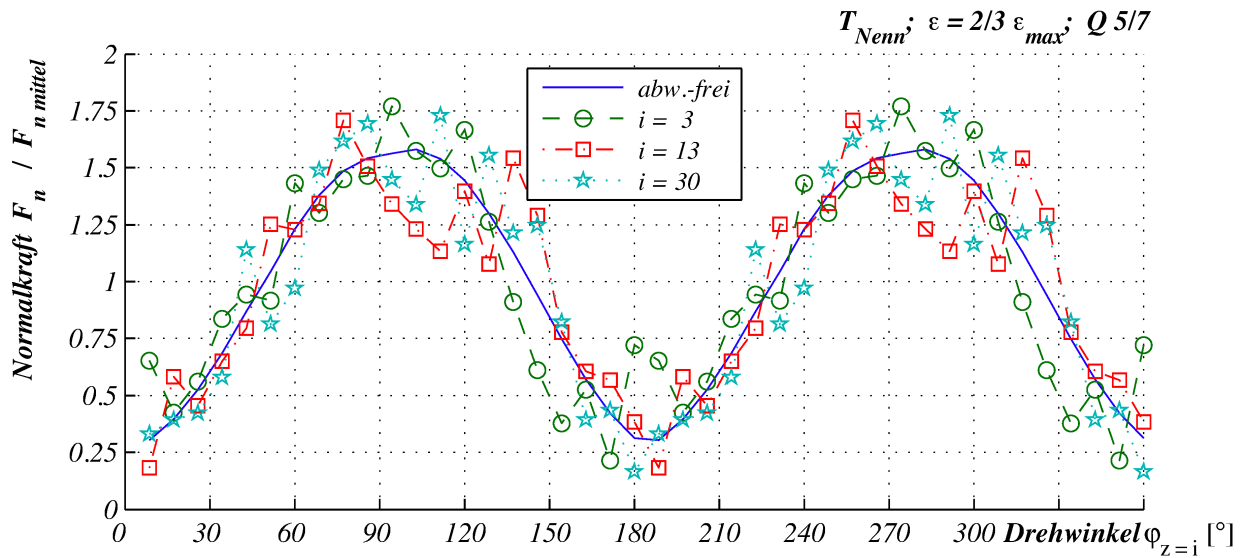


Abbildung 4.4: Gegenüberstellung des Tangentialkraftverlauf verschiedener Zahnpaarungen für einen Umlauf

Mit der Abbildung 4.3 sind die Einzelteilungsabweichungen einer gepaarten Naben- und Hülsevenverzahnung zusammengestellt. Es sollen nun einzelne abweichungsbehaftete Zahnpaarungen (farbig hinterlegt $\rightarrow i = 3, i = 13$ und $i = 30$) hinsichtlich der sich einstellenden Normalkraft analysiert werden. Führt die Addition der Einzelteilungsabweichungen von Naben- und korrespondierendem Hülsenzahn auf einen positiven Wert, so ist prinzipiell ein erhöhtes Tragverhalten zu erwarten. Demnach müsste sich ein Normalkraftverlauf parallel verschoben zu dem

abweichungsfreien einstellen. In der Abbildung 4.4 zeigt sich jedoch eine andersartige Entwicklung. Der Einfluss der restlichen Einzelteilungsabweichungen, gewichtet durch den kinematisch bedingten Flankenabstand, schlägt sich in der Lastaufteilung nieder. Die Paarungen mit konkreten Teilungsabweichungen (vgl. Abbildung 4.3) erfahren eine vollkommene Umdrehung (360°), wobei die verbleibenden Zahnpaarungen ebenfalls fertigungsbedingten Ungenauigkeiten unterliegen und somit die Lastverteilung beeinflussen. Auffallend ist die sich einstellende Symmetrie des abweichungsbehafteten Normalkraftverlaufes. Primär verantwortlich ist einmal mehr der rotationssymmetrische Aufbau der Verzahnung mit den spiegelbildlich auftretenden Extremstellungen: Kipp- bzw. Schwenkstellungsbereiche.

Zu einer gleichmäßigeren Lastverteilung mit einer geringeren Maximalbelastung sind die gepaarten Einzelteilungsabweichung nicht hinreichend aussagefähig. Vielmehr ist die vorzeichenbehaftete Kumulation (Summenteilungsabweichung) und damit eine gezielte Beeinflussung der Steckvariante eher zielführend.

Die Abbildung 4.6 gibt die Summenteilungsabweichung von Naben- und Hülsenzahnung mit Q5/7 wider. Dabei ist der 25. Hülsenzahn mit dem ersten Nabenzahn (Steckvariante) gepaart. Hintergrund dieser Positionierung sind Summenteilungsabweichungen mit entgegengesetztem Vorzeichen, die den ungünstigen Einfluss auf die Lastverteilung nach Möglichkeit egalalisieren sollen. Demnach werden nun, wie in Abbildung 4.2b) gezeigt, die Belastungen aller Zahnpaarungen für einen gesamten Umlauf berechnet und der Maximalwert entnommen, Gleichung (4.1).

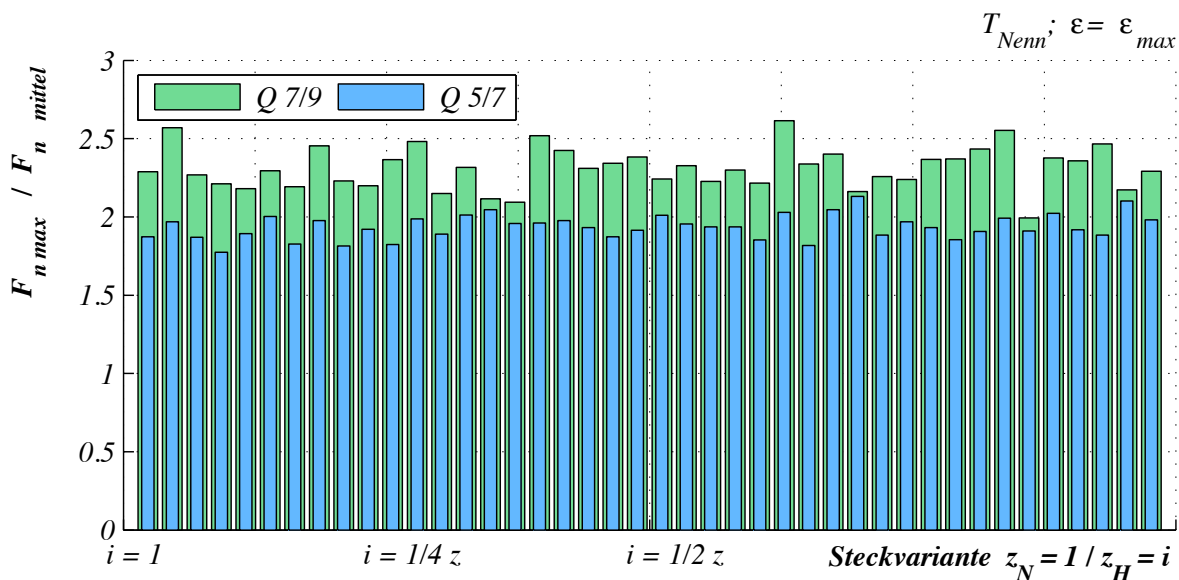


Abbildung 4.5: Maximale Belastung als Funktion der Steckvariante von Naben- und Hülsenzahnung zweier exponierter Qualitäten

$$F_{\max} = \max(F_n(\varphi_i)) \quad \text{mit} \quad 0^\circ < \varphi_i \leq 360^\circ \quad \text{und} \quad 1 \leq i \leq z \quad (4.1)$$

Eine hinsichtlich der maximal auftretenden Belastung vorteilhafte Positionierung wird erreicht, wenn:

- ⇒ die Summenteilungsabweichungen entgegengesetzte Vorzeichen und bestenfalls nahezu gleich große Beträge aufweisen oder
- ⇒ die Werte der Summenteilungsabweichungen möglichst eng um die Abszisse gruppiert werden.

Eine bezüglich der auftretenden Maximalbelastung optimale Steckvariante (z_N/z_H) liegt vor, wenn die Maximalbelastung minimal wird, vgl. Gleichung (4.2).

$$F_{n \max_{\min}} = \min(F_{n \max}(z_N = 1/z_H = i) \quad \text{mit} \quad 1 \leq i \leq z \quad (4.2)$$

	min	max	$1 - \frac{\min}{\max}$
$Q\ 5/7$	1.77	2.13	16.9%
$Q\ 7/9$	1.99	2.61	23.7%

Tabelle 4.1: Extremwerte
aus Abb. 4.5

In der Abbildung 4.5 werden die Auswirkungen unterschiedlicher Steckvarianten beleuchtet. Der Zahn Eins der Nabenverzahnung ($z_N = 1$) wurde mit allen z Zähnen der Hülsenverzahnung ($z_H = i$ mit $1 \leq i \leq z$) kombiniert. Für jede Steckvariante ist eine volle Umdrehung aller Zahnpaarungen entsprechend der Abbildung 4.2b) vollführt und dabei der jeweilige Maximalwert entnommen worden. Dieser wurde auf die größte Belastung einer idealen Verzahnung bezogen und zeigt

folglich ausschließlich die Wirkung der Fertigungsabweichungen auf. Ohne Berücksichtigung der Steckvariante sind zur Bemessung der Verzahnung die Maximalwerte (Tabelle 4.1) anzusetzen. Soll die Verzahnung in einer günstig festgelegten Steckvariante betrieben werden, ist eine nicht unerhebliche Reserve realisierbar.

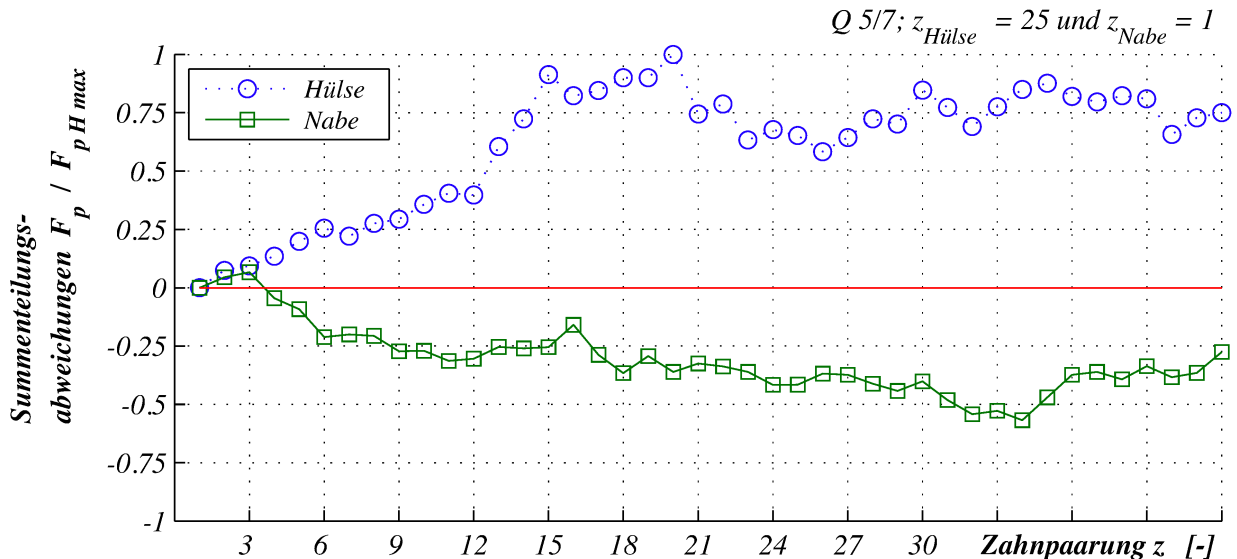


Abbildung 4.6: Summenteilungsabweichungen bei einer Verzahnungsqualität $Q5/7$ wobei Hülsen Zahn $z_H = 25$ mit den Nabenzahn $z_N = 1$ gepaart wird

Bei Betrachtung von Abbildung 4.6 fällt ins Auge, dass zwar die Vorzeichen widersinnig sind, jedoch die Beträge ungleich groß sind. Demzufolge verbleibt in jedem Fall ein unerwünschter

Fehler, der sich in der Lastverteilung widerspiegelt. Legt man nun eine Nabenverzahnung mit einem fertigungsbedingten Fehler der gleichen Qualitätsstufe ($Q7/7$), wie sie in der Hülsenverzahnung vorliegt, zu Grunde, so zeigen die Maximalbelastungen bei günstiger Steckvariante der gleichen Größenordnung auf. Es ist aber nicht möglich durch aussichtsreiches Positionieren der Verzahnung mit den größeren Abweichungen ($Q7/7$) gegenüber der qualitativ besseren Verzahnung ($Q5/7$) hinsichtlich der maximal auftretenden Belastung zu erniedrigen. Vielmehr wirken sich die größeren Einzelteilungsabweichungen nachhaltig aus.

5 Beitrag zur Geometrie und Kinematik von Zahnkupplungen

Zur rechnerischen Ermittlung der Rückstellwirkung ist die Kenntnis der tangentialen, radialen und axialen Belastungskomponente notwendig. Tangential- und Radialkraft sind von [Bünder 00] anschaulich aufbereitet worden. Die Formulierung der Axialkraft erfordert den jeweils vorliegenden Tribozustand bzw. den auftretenden Reibwert.

Der vorhandene Tribozustand ist abhängig von dem Abstand der kontaktierten Flankenoberflächen (gepaarte Naben- und Hülsenflanke). Um den Reibwert numerisch bewerten zu können, gilt es vorab die Kontaktbedingungen zu analysieren. Ausgangspunkt dafür ist nunmehr die der Reibwertanalyse vorangestellte Betrachtung zu den Kontaktbedingungen.

Die Kenntnis der im Kontakt befindlichen Fläche ist zwingend notwendig, um die tribologisch beanspruchten Kontaktbereich zahlenmäßig ausdrücken zu können.

5.1 Diskussion des Gleitgeschwindigkeitsverlaufes

Mit der Bewegung der Kontaktpunkte auf den Flankenoberflächen kommt es zur Herausbildung einer Differenzgeschwindigkeit (Gleitgeschwindigkeit). Diese wurden von [Bünder 00] ausführlich und sehr anschaulich analysiert. Die Berechnung der Gleitgeschwindigkeit erfolgt anhand des nachstehenden Zusammenhanges.

$$v_{gl} = 0.05 \cdot \lambda \cdot r_0 \cdot \epsilon \cdot \omega \cdot f_\alpha \underbrace{\left(\cos \varphi - \frac{\cos \left(\varphi - \frac{0.31}{\lambda} \right)}{1.03} \right)}_{T_{gl}} \quad \text{gültig für } \lambda \geq 1, \text{ mit} \quad (5.1)$$

$$f_\alpha = 1.8 - 0.04 \cdot \alpha_0$$

$$\alpha_0 \text{ in } [^\circ] \quad (15^\circ \leq \alpha_0 \leq 30^\circ)$$

$$\epsilon \text{ in } [^\circ]$$

$$r_0 \text{ in } [mm]$$

$$\omega \text{ in } [s^{-1}] \quad .$$

Interessant bei der Analyse der Gleichung (5.1) ist vornehmlich der Term T_{gl} (Gleichung (5.2)), da der Faktor vor dem Klammerausdruck lediglich die Amplitude beeinflusst.

Aus [Bünder 00] ist schon bekannt, dass die Gleitgeschwindigkeit zahnformabhängig ist und sich die maximalen Gleitgeschwindigkeiten ($v_{gl \max}$) mit zunehmendem Bombierungsverhältnis hin zu den Schwenkstellungen verschieben. Zur Beschreibung dieses Sachverhaltes wird anhand der Gleichung (5.2) eine Diskussion des Kurvenverlaufes vorgenommen.

$$T_{gl} = \cos \varphi - \frac{\cos \left(\varphi - \frac{0.31}{\lambda} \right)}{1.03} \quad (5.2)$$

In der Abbildung 5.1 ist der Verlauf der Gleichung (5.2) über dem Drehwinkel φ bei unterschiedlichen Bombierungsverhältnissen λ aufgezeigt.

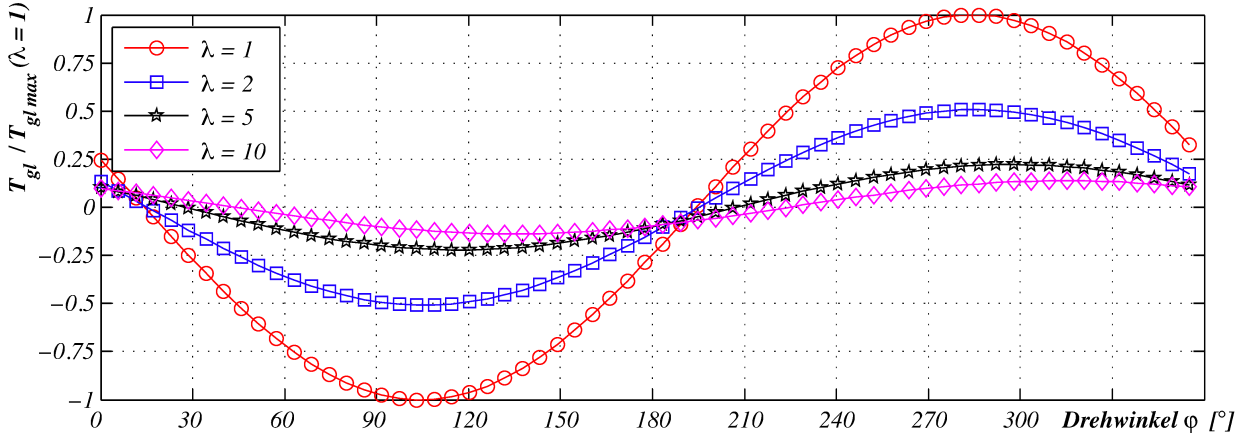


Abbildung 5.1: Darstellung der Gleichung (5.2) in Abhängigkeit des Drehwinkels φ unter Variation des Bombierungsverhältnisses

$$\frac{\partial T_{gl}}{\partial \varphi} = \frac{\sin\left(\varphi - \frac{0.31}{\lambda}\right)}{1.03} - \sin(\varphi) \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial^2 T_{gl}}{\partial \varphi^2} = \frac{\cos\left(\varphi - \frac{0.31}{\lambda}\right)}{1.03} - \cos(\varphi) \quad (5.4)$$

Mit den Gleichungen (5.5) und (5.6) können die Drehwinkel bestimmt werden, in denen die Gleitgeschwindigkeit ihre Extremwerte erreicht. Da eine periodische symmetrische Funktion vorliegt, ist es nicht erforderlich, zwischen Maximal- und Minimalwerten zu unterscheiden. Es ist ausreichend, die betragsmäßige Gleitgeschwindigkeit $v_{gl \max} = |v_{gl}(\varphi_{v_{gl \min}})| = v_{gl}(\varphi_{v_{gl \max}})$ zu ermitteln.

$$\varphi_{v_{gl \min}} = -\arctan\left(\frac{\sin \frac{0.31}{\lambda}}{1.03 - \cos \frac{0.31}{\lambda}}\right) + \pi \quad (5.5)$$

$$\varphi_{v_{gl \max}} = -\arctan\left(\frac{\sin \frac{0.31}{\lambda}}{1.03 - \cos \frac{0.31}{\lambda}}\right) + 2\pi \quad (5.6)$$

Die Abbildung 5.2 zeigt die Abhängigkeit des Maximalwertes ($\varphi_{v_{gl \max}}$) von dem Bombierungsverhältnis. Mit ansteigendem Bombierungsverhältnis verschiebt sich der Wert des Drehwinkels immer weiter in den Schwenkstellungsbereich (Maximalwert $\rightarrow 0^\circ$ bzw. 360° und der Minimalwert $\rightarrow 180^\circ$). Dies verdeutlichen auch die nachstehenden Grenzbetrachtungen.

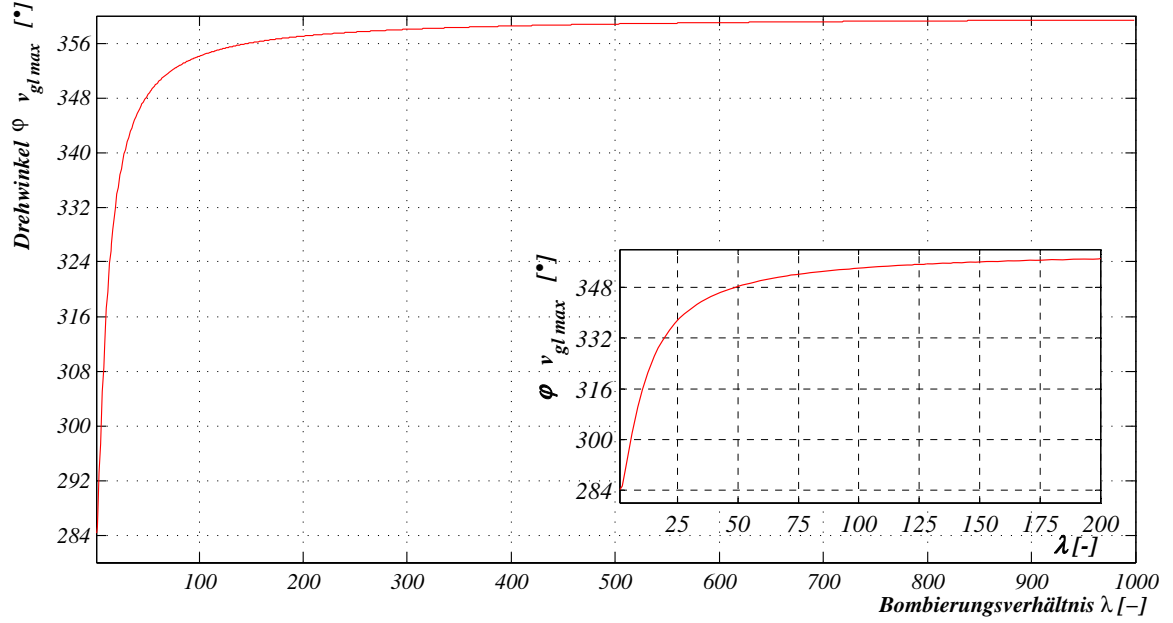


Abbildung 5.2: Drehwinkel der maximalen Gleitgeschwindigkeit $\varphi_{v_{gl\ max}}$ über dem Bombierungsverhältnis λ

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left(-\arctan \left[\frac{\sin \frac{0.31}{\lambda}}{1.03 - \cos \frac{0.31}{\lambda}} \right] + \pi \right) = \pi \hat{=} 180^\circ \quad (5.7)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left(-\arctan \left[\frac{\sin \frac{0.31}{\lambda}}{1.03 - \cos \frac{0.31}{\lambda}} \right] + 2\pi \right) = 2\pi \hat{=} 0^\circ \text{ bzw. } 360^\circ \quad (5.8)$$

Für die in dieser Arbeit verwendete Kupplungsverzahnung ist ein Bombierungsverhältnis von $\lambda = 1$ gewählt worden. Damit treten die Extremwerte der Gleitgeschwindigkeit bei

$$\varphi_{v_{gl\ min}} = 104.28^\circ \quad (5.9)$$

$$\varphi_{v_{gl\ max}} = 284.28^\circ \quad \text{auf.} \quad (5.10)$$

Weiterhin ist der Ort von Interesse, an dem die Gleitgeschwindigkeit ihren Umkehrpunkt (Vorzeichenwechsel) erfährt. Die numerische Ermittlung kann mit der Gleichung (5.11) vorgenommen werden. Aus der Abbildung 5.1 geht hervor, dass Extremwerte und Nulldurchgang um 90° verschoben auftreten. Folglich soll die Gleichung (5.11) nicht graphisch dargestellt werden, sondern ein Verweis auf die Abbildung 5.2 unter Beachtung der Phasenverschiebung erfolgen.

$$\varphi_{v_{gl\ 0}} = \arctan \left(\frac{1.03 - \cos \frac{0.31}{\lambda}}{\sin \frac{0.31}{\lambda}} \right) \quad (5.11)$$

5.2 Analyse der Kontaktgeometrie

Die Krümmungsverhältnisse im Achsschnitt können auf das Modell Walze-Ebene (vgl. mit [Matthias 81]) zurückgeführt werden. In der Abbildung 5.3 sind die vorliegenden Kontaktbedingungen im Kontaktpunkt aufgezeigt. Da die Hülsenverzahnung geradverzahnt, also keiner Bombierung in Zahnbreitenrichtung unterliegt, ist der Ersatzkrümmungsradius $r_{Hz} = \infty$.

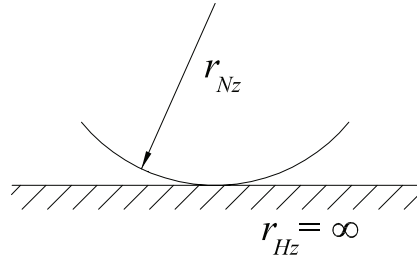


Abbildung 5.3: Kontaktbedingung im Achsschnitt mit bombierter Nabenverzahnung

Der Krümmungsradius des Nabenzahnes kann aus der nachstehenden Beziehung näherungsweise bereitgestellt werden.

$$r_{Nz} \approx \frac{r_b}{\tan(\alpha)} \quad \text{mit} \quad r_b = \lambda \cdot r_0 \quad (5.12)$$

Im Stirnschnitt stellen sich die Krümmungsverhältnisse entsprechend der Abbildung 5.4 dar.

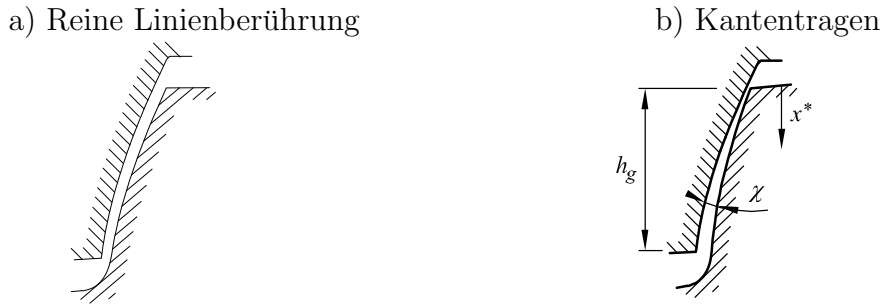
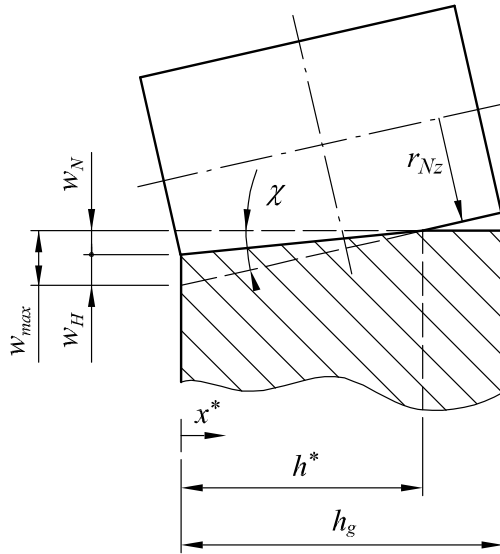
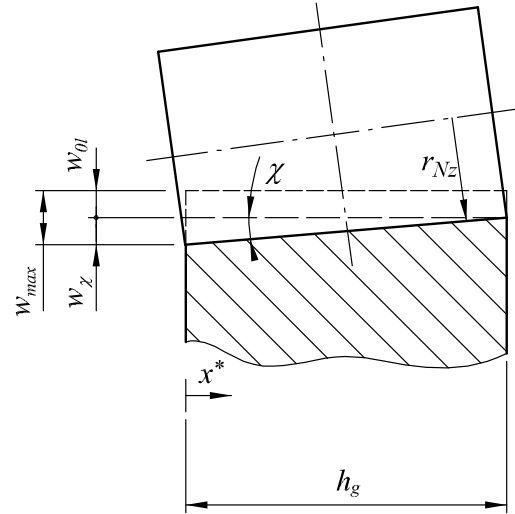
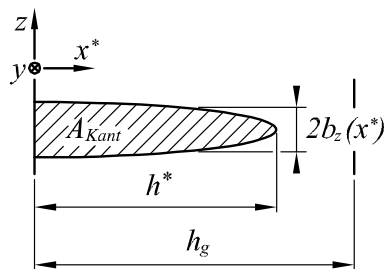
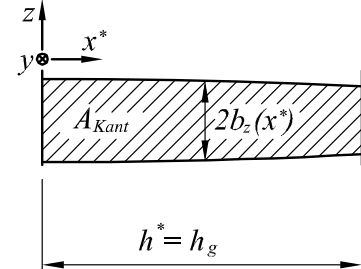


Abbildung 5.4: Flankenkrümmung einer Zahnpaarung im Stirnschnitt a) reine Linienberührung (vornehmlich im Kippstellungsbereich) und b) unter dem Einfluss des Kantenträgens

Die Kontaktgeometrie ist stark von der Auslenkung der Nabenverzahnung gegenüber der Hülsenverzahnung abhängig. In abweichungsfreien Verzahnungen entsteht ohne winklige Auslenkung ($\epsilon = 0^\circ$) eine reine Linienberührung, vgl. Abbildung 5.4a). Mit zunehmender Auslenkung ($\epsilon \uparrow$) kommt es mehr und mehr zum Verkippen der Zahnflanken in Zahnhöhenrichtung. Zwischen den kontaktierten Flanken stellt sich ein Kippwinkel χ ein. Dieser ist veränderlich und hängt von dem Drehwinkel ab. Weitere Einflüsse, die dieses so genannte Kantenträgen begünstigen, sind Teilungs- und Flankenabweichungen.

a) $h^* \leq h_g$

 b) $h^* > h_g$

 c) $h^* \leq h_g$

 d) $h^* > h_g$

Abbildung 5.5: Oben: Abwicklung im Kontaktpunkt in Zahnhöhenrichtung

Unten: Kontaktfläche A_{Kant} infolge der Beanspruchung durch das Kantentragen

a) und c) alleinige Verkipfung bzw. **b) und d)** Überlagerung von Lini-
enkontakt und Verkipfung

[Bünder 00] wandte Ergebnisse der Wälzlagerforschung auf die Kontaktverhältnisse der Zahnkupplung an. Eine Abwicklung der Zahnpaarung in Zahnhöhenrichtung ist in der Abbildung 5.5 aufgezeigt. Die Flanke des Hülsenzahnes stellt die Ebene dar, auf der die Nabenflanke aufliegt. Steigende Zahnlasten führen zu örtlich wachsenden Deformationen (w_N und w_H) beider Kontaktpartner die am Zahnkopf ($x^* = 0$) ihr Maximum erreichen. Die Kontaktlänge h^* wird nicht nur von der Belastung der jeweiligen Zahnpaarung stark beeinflusst, sondern auch von der Auslenkung. [Neugebauer 03] gibt bei der hier verwendeten Kupplungsverzahnung für winklige Auslenkungen $\epsilon < 1/3 \epsilon_{max}$ Tragen über die gesamte Zahnhöhe an, wohingegen bei größeren Auslenkungen der Einfluss der Zahnkräfte zunimmt.

Zusätzlich üben Fertigungsabweichungen (vgl. Abschnitt 3.1.2 insb. Abbildung 3.6 Seite 11) einen enormen Einfluss auf die Beanspruchungserhöhungen aus, die aus dem Kantentragen hervorgehen. Besonders die Flankenlinienabweichungen können sich in hohem Maße sowohl positiv als auch negativ auf den Kippwinkel und damit direkt auf die auftretende Beanspruchungserhöhung auswirken.

In den nachstehenden formelmäßigen Betrachtungen unterliegen die einzelnen Größen der Abhängigkeit vom Drehwinkel. Der Übersichtlichkeit ist die vereinfachte Darstellung geschuldet. Die Gleichung (5.13) gilt für kleine Winkel χ . Sie stellt eine rein geometrische Beziehung dar, die der Abbildung 5.5 entnommen werden kann.

$$w(x^*) = w_{max} - \chi \cdot x^* \quad (5.13)$$

Aus der Wälzlagerforschung [Matthias 81] entstand der Zusammenhang zwischen der Verformung w und der Belastungsintensität $\frac{dF}{dx^*}$ der Gleichung (5.14).

$$w(x^*) = \gamma \cdot \frac{dF}{dx^*} \quad \text{mit} \quad \gamma = 2.5 \cdot 10^{-5} \frac{mm^2}{N} \quad (5.14)$$

Ein Zusammenhang für x^* rührt aus dem Gleichsetzen der Gleichungen (5.13) und (5.14). Die Intensität der Linienlast $\frac{dF}{dx^*}$ verringert sich in Richtung der x^* -Koordinate. Am Ende der Kontaktlänge ist $\frac{dF}{dx^*} = 0$. Demzufolge ist

$$h^* = \lim_{\frac{dF}{dx} \rightarrow 0} x^* \quad (5.15)$$

Für die Berechnung der maximalen Verformung aus Abbildung 5.5a) wird die Gleichung (5.16) genutzt (vgl. Gleichung (4.23) aus [Bünder 00]).

$$w_{max} = \sqrt{2 \cdot \chi \cdot \gamma \cdot F_n} \quad (5.16)$$

Mit diesen Zusammenhängen ist die Ermittlung der Kontaktlänge aus dem Modell zum Kantentragen bei maximaler Annäherung der Kontaktkörper nach Gleichung (5.17) heranzuziehen. Da die Kontaktlänge durch die Zahnhöhe begrenzt ist, gilt für die gemeinsame Kontaktlänge

$$h^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot F_n}{\chi}} & : \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot F_n}{\chi}} \leq h_g \\ h_g & : \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot F_n}{\chi}} > h_g \end{cases} \quad (5.17)$$

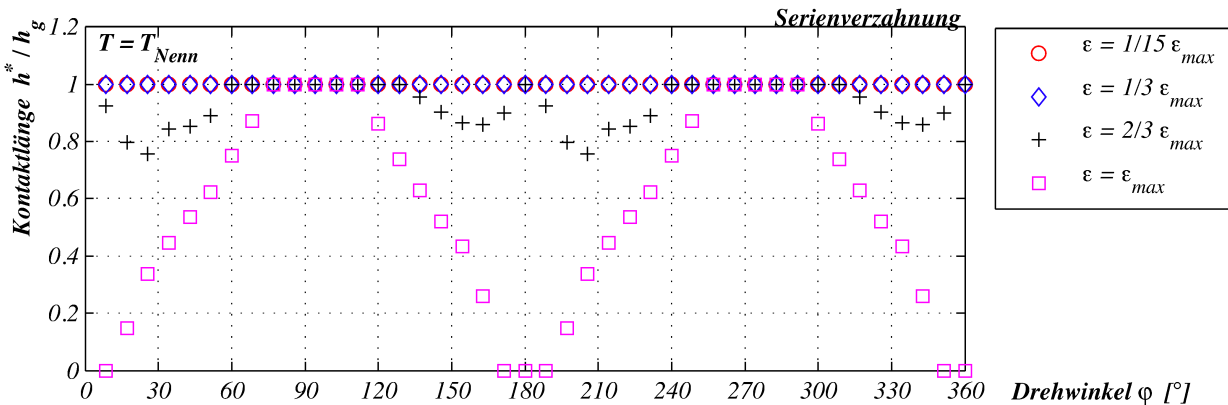


Abbildung 5.6: Gemeinsame Kontaktlänge (normiert) einer Zahnpaarung unter Variation des Auslenkungswinkels

Enthalten sind die Beeinflussungen der Zahnnormalbelastungen F_n und der Auslenkung ϵ , dessen Abhängigkeit sich in dem Kippwinkel χ (Abbildung 5.7) widerspiegelt. Mit sinkender Auslenkung verringert sich der Kippvorgang und damit auch der Kippwinkel. Eine Reduzierung der Verkippung führt damit auf wachsende Kontaktlängen. Die Abbildung 5.6 zeigt bei Auslenkungen von $\epsilon = 1/15 \epsilon_{max}$ und $\epsilon = 1/3 \epsilon_{max}$ ein Tragen über die gesamte Zahnhöhe.

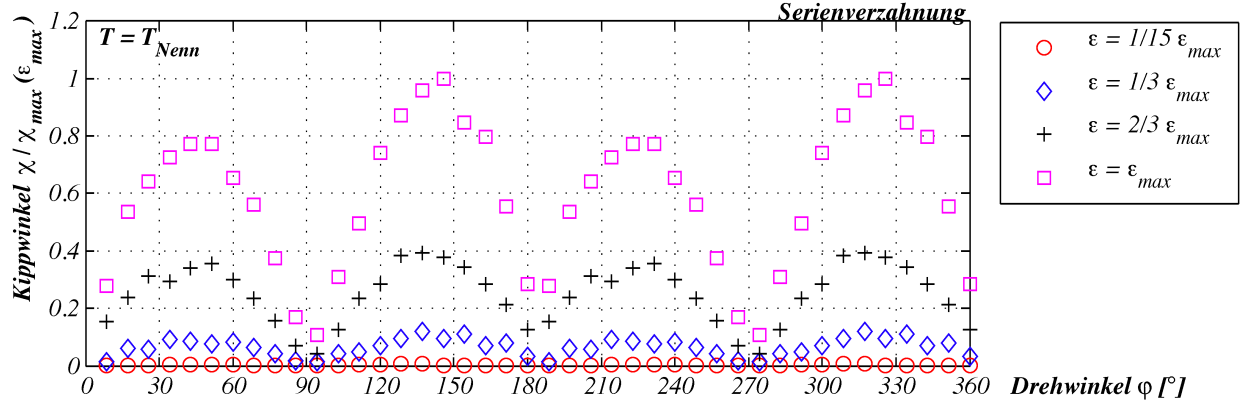


Abbildung 5.7: Einfluss der Auslenkung ϵ auf den Kippwinkel χ

Die Kontaktlänge ist durch die gemeinsame Zahnhöhe geometrisch begrenzt (Gleichung (5.17)), so dass beim Tragen über die gesamte Zahnhöhe nur eine Vergrößerung der Kontaktfläche in Zahnbreitenrichtung gegeben ist. Durch die Belastungen an den Kontaktpunkten kommt es zu örtlichen Deformationen. Die Kontaktbreite der Kontaktgeometrie verändert sich in Abhängigkeit der Laufkoordinate x^* .

Die Gleichung (5.18) stellt einen Zusammenhang zur Berechnung der Kontaktbreite bereit, die aus der *Hertz*schen Theorie herrührt.

$$b_z(x^*) = f_H \sqrt{2 \cdot r_{Nz} \cdot \frac{dF}{dx^*}} \quad \text{mit} \quad r_{Nz} \approx \frac{d_0}{2 \cdot \tan(\alpha_0)} \quad (5.18)$$

$$f_H = 2 \sqrt{\frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E}} \approx 237 \cdot 10^{-5} \frac{mm}{\sqrt{N}}$$

Umstellen der Gleichung (5.14) liefert

$$\frac{dF}{dx^*} = \frac{w(x^*)}{\chi} \quad \text{mit} \quad w(x^* = 0) = w_{max} \quad (5.19)$$

Damit ergibt sich die Kontaktbreite am Zahnkopf zu

$$b_{z0} = b_z(x^* = 0) = f_H \sqrt{2 \cdot r_{Nz} \frac{w_{max}}{\gamma}} \quad (5.20)$$

Auch bei Verwendung des Ansatzes aus [Neugebauer 03], welche die Kontaktbreite an dem Ort der größten Beanspruchung ermittelt, lässt den gleichen Ausdruck entstehen.

$$b_{0k} = b_{0l} \cdot f_k \quad \text{mit} \quad b_{0l} = f_H \sqrt{\frac{2 \cdot r_{Nz} \cdot F_n}{h_g}} \quad (5.21a)$$

$$f_k = \sqrt{\frac{w_{max}}{w_{0l}}} \quad (5.21b)$$

$$w_{0l} = \gamma \cdot \frac{F_n}{h_g} \quad (5.21c)$$

$$f_H = 2 \sqrt{\frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E}} \approx 237 \cdot 10^{-5} \frac{mm}{\sqrt{N}} \quad (5.21d)$$

Für die Ermittlung von w_{max} sind nunmehr zwei Kontaktfälle (Abbildung 5.5 a) und b)) zu unterscheiden. Zum einen das Tragen über die gesamte gemeinsame Zahnhöhe ($h^* > h_g$) und zum anderen eine verkürzte Kontaktlänge infolge der Verkipfung ($h^* \leq h_g$). Ist also $h^* > h_g$ bedarf w_{max} einer Korrektur entsprechend der Gleichung (5.23).

$$h^* \leq h_g \rightarrow w_{max} = \sqrt{2 \cdot \gamma \cdot \chi \cdot F_n} \quad (5.22)$$

$$h^* > h_g \rightarrow w_{max} = w_{0l} + \frac{1}{2} \cdot \chi \cdot h_g \quad (5.23)$$

In der Abbildung 5.5 c) und d) sind die beiden möglichen sich einstellenden Kontaktfälle aufgezeigt. Die linke Darstellung weist eine Kontaktlänge h^* auf, die kleiner gleich ist als die gemeinsam nutzbare Kontaktlänge h_g . Rechts sind beide Größen h^* und h_g identisch. Infolge der Begrenzung der Kontaktlänge in Zahnhöhenrichtung aus konstruktiven Gegebenheiten heraus, besteht lediglich eine Anhebung der Kontaktfläche in der Zunahme in Zahnbreitenrichtung. Damit ist auch eine Fallunterscheidung hinsichtlich der vom Schmierstoff beanspruchten Kontaktfläche vorzunehmen. Der Ansatz der Gleichung (5.20) unter Einbeziehung von den Gleichungen (5.17), (5.21c), (5.22) und (5.23) lassen folgende Zusammenhänge entstehen:

$$b_{z0} = b_z(x^* = 0) = f_H \left\{ \begin{array}{ll} \sqrt{2 \cdot r_{Nz} \cdot \frac{\chi \cdot h^*}{\gamma}} & : h^* \leq h_g \\ \sqrt{2 \cdot r_{Nz} \cdot \left(\frac{F_n}{h_g} + \frac{\chi \cdot h_g}{\gamma} \right)} & : h^* > h_g \end{array} \right\} \quad (5.24)$$

Bei der Ermittlung der Breite b_{z0} und einer Kontaktlänge über die gesamte Zahnhöhe ($h^* > h_g$) ist zu sehen, dass bei $\chi = 0$ der formelmäßige Zusammenhang dem der reinen Linienberührung entspricht. Damit wird die Sinnhaftigkeit dieses Ausdruckes unterstrichen.

Steigende Drehmomentbelastung ($F_n \uparrow$) der Verzahnung und zunehmende Auslenkungswinkel ϵ führen erwartungsgemäß zu wachsenden Kontaktbreiten. Auffällig ist der Einfluss des Kippwinkels (Abbildung 5.7, Seite 25) in den Kippstellungsbereichen, der eine Verminderung der Kontaktbreite nach sich zieht.

Für den Fall, dass es zum Tragen über die gesamte Zahnhöhe kommt, ist eine weitere Abmessung der Kontaktgeometrie berechenbar. Die Kontaktbreite am Ende der Kontaktlänge

($x^* = h_g$) soll ausgehend von der Gleichung (5.18) unter Einbeziehung der Gleichung (5.23) gewonnen werden. Bei $x^* = h_g$ ist die Verformung, die aus dem Verkippen hervorgeht null (Abbildung 5.5 auf Seite 23) und setzt sich ausschließlich aus dem Anteil zusammen, der aus der Linienberührung hervorgeht.

Für die Breite $b_z(x^* = h_g)$ lässt sich die Gleichung (5.25) heranziehen.

$$b_{z\,h_g} = b_z(x^* = h_g) = \begin{cases} 0 & : h^* \leq h_g \\ f_H \sqrt{2 \cdot r_{Nz} \cdot \frac{F_n}{h_g}} & : h^* > h_g \end{cases} \quad (5.25)$$

Werden nun die ermittelten beiden Kontaktbreiten $b_{z\,h_g}$ und b_{z0} in das Verhältnis gesetzt, so kann man zeigen, dass die Breite bei $b_z(x^* = 0)$ stets größer ist als bei $b_z(x^* = h_g)$.

$$\frac{b_{z\,h_g}}{b_{z0}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{\chi \cdot h_g^2}{\gamma \cdot F_n}}} < 1 \quad (5.26)$$

Für das Auftreten einer reinen Linienberührung ($\chi = 0$) resultiert aus der Gleichung (5.26), dass $b_{z\,h_g} = b_{z0}$ ist. Basierend auf diesem Ansatz kann nun auch die auftretende Kontaktfläche rechnerisch ermittelt werden. Diese ist abhängig von den sich ergebenden Kontaktbedingungen und unterliegt Einschränkungen hinsichtlich der Geltungsbereiche. Ist $h^* \leq h_g$, so wird eine Kontaktfläche angesetzt, die einer Halbellipse entspricht (Abbildung 5.5a) auf Seite 23). Die Halbachsen entsprechen h^* (orthogonal zur Bewegungsrichtung) und $b_{z0} = b_z(x^* = 0)$ (parallel zur Bewegungsrichtung verlaufend).

Steigt die rechnerisch ermittelte Kontaktlänge h^* über die geometrisch begrenzende Zahnhöhe h_g hinaus an, so weist die Breite $b_z(h_g)$ einen von null verschiedenen Wert auf. Die Kontaktfläche wird dann aus einem Teil einer Ellipsenfläche (Abbildung 5.8) ermittelt.

Zur Ermittlung ist die Größe h_e (Abbildung 5.8) notwendig, die aus der Anwendung der Ellipsengleichung auf den vorliegenden Fall gewonnen werden kann, siehe Gleichungen (5.28) und (5.29).

$$A_{Kant} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot b_{z0} \cdot h^* & : h^* \leq h_g \\ A_{ges} - A_{>h_g} & : h^* > h_g \end{cases} \quad (5.27)$$

$$\frac{h_g^2}{h_e^2} + \frac{b_{z\,h_g}^2}{b_{z0}^2} = 1 \quad (5.28)$$

$$h_e = \sqrt{\frac{F_n \cdot \gamma}{\chi} + h_g^2} \quad \text{gültig für: } h^* > h_g \quad (5.29)$$

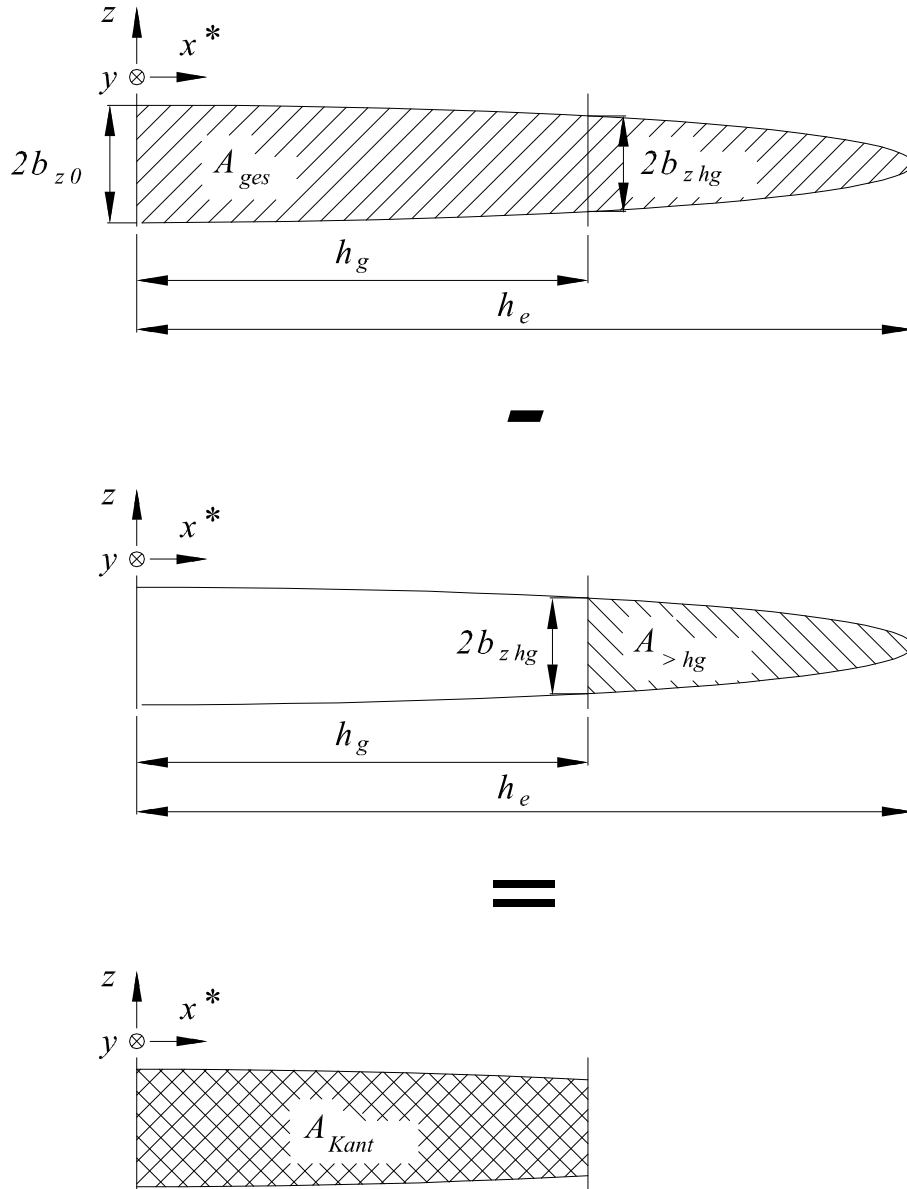


Abbildung 5.8: Ermittlung der Kontaktfläche beim Tragen über die gesamte Zahnhöhe

Anhand einer Grenzbetrachtung der Gleichung (5.30) ist zu sehen, dass bei reiner Linienberührung der Wert von h_e aus Gleichung (5.29) gegen unendlich strebt.

$$\lim_{\chi \rightarrow 0} \left(\sqrt{\frac{F_n \cdot \gamma}{\chi} + h_g^2} \right) = \infty \quad (5.30)$$

$$A_{Kant} = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot b_{z0} \cdot h^* & : h^* \leq h_g \\ \underbrace{\frac{\pi}{2} \cdot b_{z0} \cdot h_e}_{A_{ges}} - \underbrace{h_e \cdot b_{z0} \cdot \arccos\left(\frac{h_g}{h_e}\right) + h_g \cdot b_{zhg}}_{A_{>hg}} & : h^* > h_g \end{array} \right\} \quad (5.31)$$

Die Einbeziehung der Gleichungen (5.24), (5.25) und (5.29) führt auf

$$A_{Kant} = f_H \left\{ \begin{array}{ll} \pi \sqrt{r_{Nz} \cdot F_n \cdot h^*} & : h^* \leq h_g \\ \sqrt{2 \cdot r_{Nz} \cdot \frac{F_n}{h_g}} \cdot (f_\pi \cdot f_{h_g} + h_g) & : h^* > h_g \end{array} \right\} . \quad (5.32)$$

Mit folgenden Benennungen: $h^* = \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma \cdot F_n}{\chi}}$ (5.33a)

$$f_\pi = \arcsin \left(\frac{h_g}{\sqrt{\frac{\gamma \cdot F_n}{\chi} + h_g^2}} \right) \quad (5.33b)$$

$$f_{h_g} = \frac{F_n \cdot \gamma + \chi \cdot h_g^2}{\sqrt{F_n \cdot \gamma \cdot \chi}} \quad (5.33c)$$

$$f_H = 2 \sqrt{\frac{1 - \nu^2}{\pi \cdot E}} \approx 237 \cdot 10^{-5} \frac{mm}{\sqrt{N}} .$$

Neben der Normalkraft F_n ist der Kippwinkel χ eine wesentliche Größe bei der Ermittlung der Kontaktfläche. In der Kippstellung verringert sich der Kippwinkel χ (Abbildung 5.7 auf Seite 25) und es tritt eine nahezu reine Linienberührung auf. Damit vermindert sich die Kontaktbreite in diesem Bereich, da bei Linienkontakt die Kontaktlänge der Pressungsfläche konstant bleibt. Reduziert sich die Normalbelastung hin zur Schwenkstellung, wird die Kontaktfläche herabgesetzt, die aus dem Kantentragen hervorgeht.

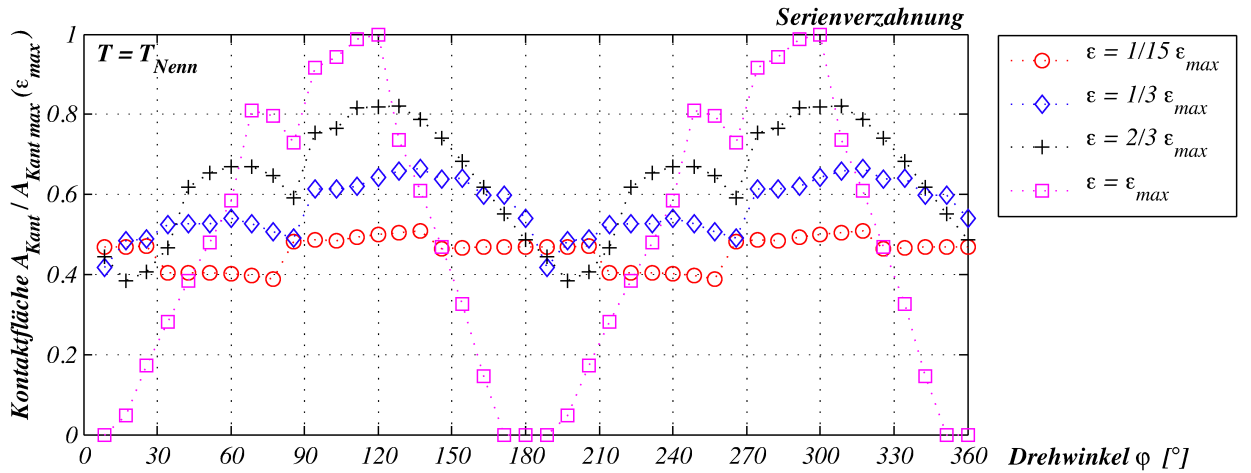


Abbildung 5.9: Auslenkungseinfluss auf die Kontaktfläche entsprechend einer Halbelipse (normiert)

Die Abbildung 5.9 zeigt bei steigendem Auslenkungswinkel eine starke Zunahme der Kontaktflächen auf. Dabei gilt es unbedingt zu beachten, dass hierbei die tribologisch beanspruchte Fläche ergründet wird. Mit der zahlenmäßigen Bewertung der maximal auftretenden Beanspruchungen ist A_{Kant} keinesfalls in Verbindung zu bringen. Aussagen bezüglich p_{max} fußen auf dem Modell zum Kantentragen, vgl. Abbildung 5.5 auf der Seite 23.

6 Beschreibung des Tribozustandes in der Verzahnung

In diesem Abschnitt wird nunmehr aufbauend auf der Analyse der Kontaktbedingungen eine Bestimmung des Reibwertes vorgenommen. Eine Unterscheidung der jeweilig auftretenden Tribozustände ist wesentlich, da letztlich der sich einstellende Reibwert unmittelbar mit dem Tribozustand verknüpft ist.

Für den Bereich der reinen Flüssigkeitsreibung wird der Reibwert unter Verwendung der EHD-Theorie und dem Modell der *Newtonschen* Flüssigkeit aufbereitet. Zur Berechnung von Reibwerten in den Bereichen der Grenzflächen- und Mischreibung ist die Einbeziehung der Oberfläche erforderlich. Dazu wird ein Modell vorgestellt, dass den Flächentraganteil der aus rein metallischem Kontakt herrührt, berücksichtigt. Mit zunehmendem Kontakt der Rauheitsspitzen verschiebt sich der Reibwert immer weiter in den Bereich der Grenzflächenreibung.

Damit wird die Voraussetzung geschaffen den veränderlichen Reibwert in dem jeweiligen Tribozustand rechnerisch ermitteln und folglich die Axialkraft formulieren zu können.

6.1 Reibungsverhältnisse im Flankenkontakt

6.1.1 Grenzflächenreibung / Festkörperreibung

Die aufeinander gleitenden Flächen stehen in unmittelbarem Kontakt und übertragen die gesamten Kräfte (Zahnnormalkräfte). In den Tälern der Oberfläche kann sich Schmierstoff ansammeln, so dass von einer geschmierten Paarung auszugehen ist. Bei einer Relativbewegung der Zahnflanken kommt es zur Einebnung der Oberflächenerhöhung (Einlaufphase) im Kontaktbereich. Gleiten diese Bereiche aufeinander ab, erreicht der Reibwert seinen Maximalwert ($\mu_{max} = \mu_{Fest}$).

6.1.2 Flüssigkeitsreibung

Zwischen den Zahnflanken befindet sich eine vollständig trennende Schmierstoffschicht. Diese überträgt die einwirkenden Zahnnormalkräfte ohne das Vorhandensein eines metallischen Kontaktes. In diesem Zustand ist der Reibwert vornehmlich von den physikalischen Eigenschaften des Fluids gekennzeichnet. Das aufeinander Abgleiten der Schmierstoffmoleküle erfordert eine Reibungskraft. Das verwendete Schmiermittel besitzt eine herausragende Relevanz bei der Untersuchung des Tribozustandes. Die bedeutendste Kenngröße des Trennmittels ist dabei die Viskosität.

In Zahnkupplungen ist dieser Zustand nur sehr schwer zu erreichen. Viele Größen, wie zum Beispiel Drehzahl, Belastung und Auslenkung, beeinflussen das Schmierstoffangebot und die Schmierfilmbildung sehr stark. Bei kleinen Auslenkungen und tribologisch ungünstigen Krümmungsradien hat der Schmierstoff mitunter kaum die Möglichkeit, in ausreichendem Maße in den Kontaktbereich zu gelangen. Zu große Belastungen können das Schmiermittel zum Teil verdrängen und einen zunehmenden metallischen Kontakt hervorrufen.

Wenn eine tragende Flüssigkeitsschicht vorzufinden ist, muss der Abstand der theoretischen Oberflächen größer sein als die Summe der Rauheiten. Das ist der energetisch günstigste Fall mit einem minimalen Reibungsbeiwert $\mu_{min} = \mu_{Fl}$.

6.1.3 Mischreibungsbereich

An einzelnen Stellen wird der Schmierfilm durchbrochen und trägt nicht mehr die gesamte Last. Eine Aufteilung der Belastung erfolgt zwischen der Flüssigkeit und den berührenden Oberflächenanteilen. Der Reibwert befindet sich zwischen den Extremzuständen ($\mu_{Fl} \leq \mu \leq \mu_{Fest}$). Je kleiner der Abstand der ideal glatten Flankenoberflächen im Vergleich zu der Summe der Rauheiten ist, desto mehr verschiebt sich der Reibwert hin zur Feststoffreibung.

In Zahnkupplungen ist das Mischreibungsbereich sehr häufig vorzufinden, da sich meist kein vollständiger Flüssigkeitsfilm ausbilden kann. Dieser Sachverhalt ist auch schon aus [Heinz 77] bekannt. Trotzdem überträgt das Schmiermittel einen Teil der Last. Demnach muss ein Entscheidungskriterium eingeführt werden, das eine Bestimmung des vorhandenen Reibzustandes ermöglicht.

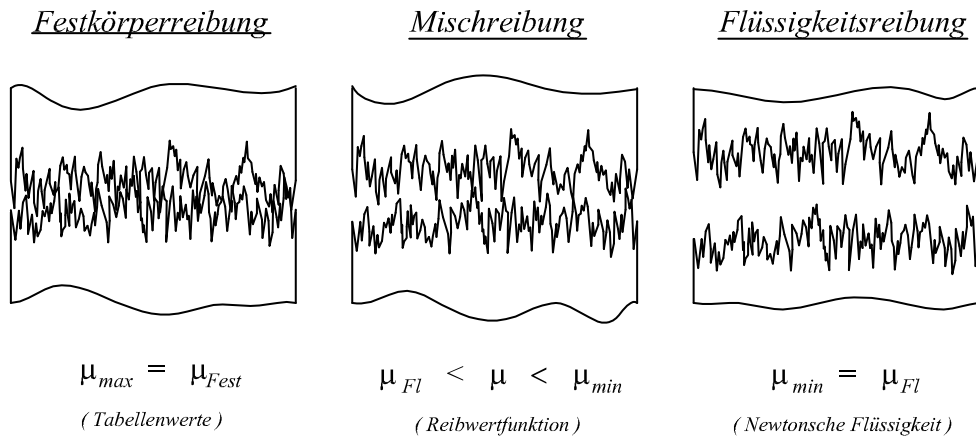


Abbildung 6.1: Einteilung der Reibungszustände

Ein Vergleich der berechneten Mindestschmierfilmdicke $h_{min}(\varphi)$ ideal glatter Oberflächen nach der elastohydrodynamischen Theorie (EHD-Theorie) mit der Summe der Oberflächenrauheiten R_{am} soll Aufschluss darüber geben, in welchem Reibungszustand (Abbildung 6.1) sich die betrachtete Zahnpaarung befindet. Dazu ist es sinnvoll, eine dimensionslose Kennzahl $\xi(\varphi)$ zu definieren (Gleichung (6.1)), die das Verhältnis der minimalen Schmierfilmdicke zur Summe der Oberflächenrauheiten wiedergibt und nachfolgend als Abstandsverhältnis bezeichnet wird. Erreicht der Quotient den Wert 1, beginnen die ersten Oberflächenspitzen sich zu berühren und es tritt Mischreibung auf. Wenn der Nenner kleiner als der Zähler ist, kann ein metallischer Kontakt ausgeschlossen werden und es liegt reine Flüssigkeitsreibung vor.

$$\xi(\varphi) = \frac{h_{min}(\varphi)}{\sum R_{am}} \quad \text{mit} \quad \sum R_{am} = R_{amaxN} + R_{amaxH} \quad (6.1)$$

Somit lassen sich zwei Bereiche strikt gegeneinander abgrenzen (Abbildung 6.2), Flüssigkeitsreibung und Mischreibung. Die Feststoffreibung stellt die Grenze des Mischreibungsbereiches bei abnehmender Mindestschmierfilmdicke dar.

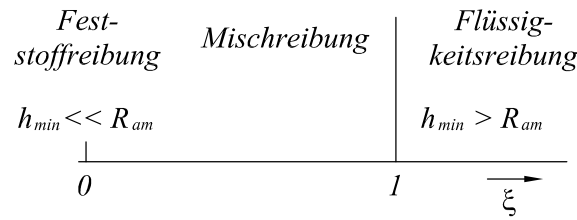


Abbildung 6.2: Zuordnung des Abstandsverhältnisses ξ zu dem jeweiligen Reibungsstand

Durch die Einbeziehung der Oberflächenbeschaffenheiten ist eine örtliche Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ der Kontaktbereiche zu ermitteln. In Abhängigkeit dieses Wichtungskriteriums werden dann Reibwerte durch das Abstandsverhältnis $\xi(\varphi)$ zugeordnet.

Dieser Ansatz berücksichtigt nicht eine Überbeanspruchung der Verzahnung. Das Auftreten des Fressens am Einzelzahn mit einem deutlich höheren Reibwert wird nicht einbezogen. Diesen Belastungsbereich gilt es durch die Bemessung auszuschließen. Eine solche Eingrenzung ist zulässig, da letztlich die axialen Rückstellkräfte der Mitnehmerverzahnung auf die Anschlusskonstruktion untersucht werden sollen und keine Versagenserscheinungen.

6.2 EHD-Schmiertheorie in verlagerungsfähigen Mitnehmerverzahnungen

6.2.1 Ermittlung des Schmierpaltprofiles

[Bünder 00] wandte die hydrodynamische Theorie¹ (HD-Theorie) auf die Kontaktbedingungen in Kupplungsverzahnungen an. Zur Berechnung der Schmierpaltabmessungen ist die Kenntnis eines Ausgangsschmierpaltabstandes erforderlich. Der Autor nutzte dafür den minimalen Flankenabstand. Dies schränkt die Anwendung des Ansatzes bis hin zum Kippstellungsbereich ein, da der Ausgangsschmierpalt als Nenner auftritt. Weiterhin unberücksichtigt bleibt in diesem Ansatz die auftretende Belastung (Zahnkräfte) des Kontaktbereiches.

Um den Abstand der ideal glatten Oberflächen zu ermitteln, wird in dieser Arbeit die elastohydrodynamischen Theorie (EHD-Theorie) herangezogen. Aus dem nichtkonformen Kontakt der Zahnflanken können hohe örtliche Beanspruchungen entstehen, so dass die Deformation des Kontaktbereiches in die hydrodynamische Schmierfilmdickenberechnung miteinzubeziehen ist. Daher sollen mit der EHD-Theorie die Vorgänge zwischen den ideal glatten Oberflächen der Zahnflanken in Mitnehmerverzahnungen untersucht werden. Zwei Teilgebiete sind darin enthalten, die Strömungsmechanik und die Kontaktmechanik.

In Analogie dazu gelten bei Verwendung der Näherungsgleichungen der EHD-Theorie auch die dabei getroffenen Annahmen:

¹Hier die geschlossene Lösung der *Reynoldsschen* DGL nach *Gnilke*, siehe dazu [Bünder 00]

- ⇒ Schmierstoff entspricht dem Verhalten einer *Newtonschen* Flüssigkeit (inkompressibel, laminare Strömung)
- ⇒ volle Haftung des Schmierstoffes an den Gleitflächen
- ⇒ Vernachlässigung der Trägheits- und Gravitationskräfte
- ⇒ ein paralleler Schmierpalt stellt sich ein (Dicke in z -Richtung)
- ⇒ Druckänderung in y -Richtung vernachlässigbar klein und
- ⇒ kontrakonforme Kontaktbedingungen.

Aus der Anwendung der Strömungsmechanik geht die HD-Theorie der Schmierung in Form der *Reynoldsschen* Differentialgleichung hervor. Diese berücksichtigt den Anstieg der Ölviskosität bei wachsenden Kontaktpressungen. Die hohen auftretenden Pressungen im Kontaktbereich erfordern die Einbeziehung von elastischen Deformationen, die mit der Kontaktmechanik bereitgestellt werden. Daraus ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem. Zur Lösung sind Iterationsverfahren aufgestellt worden, in denen eine Annäherung der gesuchten Funktion in aufeinander folgenden Schritten durchgeführt wird. Es muss eine Druckverteilung angenommen werden, aus der dann das Schmierpaltprofil bestimmt wird. Danach ist eine Korrektur der Druckverteilung notwendig, welche wiederum das Schmierpaltprofil verändert.

Der Druck in der Kontaktzone verformt nicht nur die berührenden Flanken örtlich, sondern beeinflusst auch den Schmierstoff, der die beiden Oberflächen möglichst trennen soll.

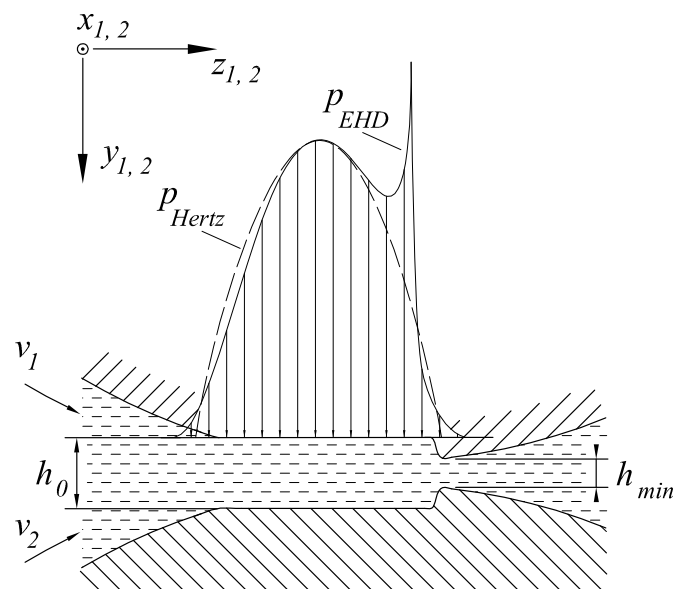


Abbildung 6.3: Schematische Darstellung der Spaltgeometrie und der Druckverläufe im EHD-Kontakt aus [Wiśniewski 00] auf die Kontaktverhältnisse in Zahnkupplungen angewendet

Abbildung 6.3 gibt eine schematische Darstellung der Pressungsverläufe im Schmierpalt wieder. Dabei sind der *Hertz*sche Pressungsverlauf p_{Hertz} und der Druckverlauf eines EHD geschmierten Linienkontaktes p_{EHD} prinzipiell gegenübergestellt. Außerhalb der Zone der *Hertz*schen Abplattung ist der *Hertz*sche Druck null. Der hydrodynamische Druck baut sich schon in der Eintrittszone durch den verengenden Spalt auf. Im abgeplatteten Kontaktbereich ist der Spalt nahezu parallel und wird als zentrale Schmierfilmdicke h_0 bezeichnet. Am Ende dieses Gebietes verringert sich der Druck und damit gehen die elastischen Verformungen zurück. Mit dieser Reduzierung der Spaltgeometrie entsteht wiederum ein sich verengender Spalt und der Druck steigt wieder stark an.

Die Herabsetzung der örtlichen Verformung am Ende des Schmierpaltess ruft eine minimale Schmierfilmdicke h_{min} hervor. Dieser Abstand ist eine Größe, die bei den vorhandenen Belastungen nicht unterschritten werden kann.

Die sich einstellenden Filmdickenabmaße hängen wesentlich von dem verwendeten Schmierstoff und dessen Temperatur ab. In diesem Zusammenhang liegen den Berechnungen die FVA-Referenzöle zu Grunde.

Das EHD-Schmierproblem ist mehrmals Gegenstand der Forschung gewesen, wobei sich die numerischen Ergebnisse weitestgehend gleichen. Für Berechnungen stehen numerische Lösungen für die Linienberührung und den Punktkontakt in der Fachliteratur, wie z. Bsp. [Czichos 92] oder [Wiśniewski 00] bereit. Diese wurden von dort übernommen und auf Mitnehmerverzahnungen angewendet (Gleichungen (6.3) und (6.5)).

Durch die Einwirkung äußerer Belastungen stellt sich ein Schmierpaltprofil ein, wobei die minimale h_{min} und die zentrale h_0 Schmierfilmdicke berechnet werden können.

Anhand der Schmierfilmberechnung mit der EHD-Theorie ergibt sich im unbelasteten Zustand ($F_n = 0$) keine Schmierwirkung. Dadurch ergibt sich eine völlig falsche Aussage über den vorliegenden Tribozustand. Mit der EHD-Theorie können somit nur belastete ($F_n > 0$) Kontaktbereiche aussagefähig beschrieben werden.

Für die Linienberührung (isotherm und ausreichende Schmierstoffzufuhr) gilt nach *Hamrock* und *Jacobson* aus [Wiśniewski 00]:

$$H_{min}(\varphi) = \frac{h_{min}(\varphi)}{r_{Nz}(\varphi)} = 3.07 \cdot G^{0.57} \cdot U^{0.7} \cdot W^{-0.11} , \quad (6.2)$$

und damit ergibt sich die Mindestschmierfilmdicke aus:

$$h_{min}(\varphi) = 3.07 \cdot G^{0.57} \cdot U^{0.7} \cdot W^{-0.11} \cdot r_{Nz}(\varphi) \text{ mit } G = \alpha_p \cdot E_{red} \quad (6.3a)$$

$$U = \frac{\eta \cdot v_{hy}(\varphi)}{E_{red} \cdot r_{Nz}(\varphi)} \quad (6.3b)$$

$$W = \frac{F_n(\varphi)}{h^*(\varphi) \cdot E_{red} \cdot r_{Nz}(\varphi)} \quad (6.3c)$$

$$E_{red} = 2 \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} . \quad (6.3d)$$

$$v_{hy}(\varphi) = 0.05 \cdot r_0 \cdot \lambda \cdot \epsilon \cdot \omega \cdot f_\alpha \left(\cos \varphi + \frac{\cos \left(\varphi - \frac{0.31}{\lambda} \right)}{1.03} \right) \quad (6.4)$$

Die Gleichung (6.4) zur Berechnung der hydrodynamischen Geschwindigkeit v_{hy} ist aus [Bünder 00] entnommen und gültig für:

$$\begin{aligned} \lambda &\geq 1 \text{ mit } f_\alpha = 1.8 - 0.04 \cdot \alpha_0 \\ \alpha_0 &\text{ in } [^\circ] \quad (15^\circ \leq \alpha_0 \leq 30^\circ) \\ \epsilon &\text{ in } [^\circ] \\ r_b &\text{ in } [mm] \\ \omega &\text{ in } [s^{-1}] \end{aligned}$$

Analog dazu lässt sich die zentrale Schmierfilmdicke h_0 (Gleichung (6.5)) berechnen.

$$h_0(\varphi) = 3.06 \cdot G^{0.56} \cdot U^{0.69} \cdot W^{-0.1} \cdot r_{Nz}(\varphi) \quad (6.5)$$

Geometrische	H_{min}	[-]	Dimensionslose Mindestschmierfilmdicke
Parameter:	h_{min}	[mm]	Mindestschmierfilmdicke
	H_0	[-]	Dimensionsloser Parameter der zentralen Schmierfilmdicke
	h_0	[mm]	Zentrale Schmierfilmdicke
	h^*	[mm]	Kontaktlänge
	r_{Nz}	[mm]	Ersatzkrümmungsradius
Material-	E_{red}	[N/mm ²]	Reduzierter Elastizitätsmodul
parameter:	$E_{1,2}$	[N/mm ²]	Elastizitätsmodul der Kontaktpartner (Nabe / Hülse)
	η	[Ns/mm ²]	Dynamische Viskosität des Schmiermittels
	α_p	[mm ² /N]	Druckviskositätskoeffizient
Belastungen:	v_{hy}	[mm/s]	Hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit
	F_n	[N]	Flankennormalkraft

Die Charakteristik der Normalkraft und der hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit zeigt sich in dem Verhalten von h_{min} und h_0 . Im Kippstellungsbereich erfolgt ein Anwachsen der Flankennormalkraft und die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit erfährt ein Vorzeichenwechsel. Folglich erreichen die Schmierspaltabmessungen in diesen Bereichen ihre Minimalwerte. Die restlichen Einflussparameter zur Ermittlung des Schmierspaltabmessung sind über den Drehwinkelbereich nahezu konstant.

Die Abbildungen 6.4 und 6.5 zeigen die Veränderung der Schmierspaltgeometrie beim Umlauf einer abweichungsfreien Zahnpaarung. Sehr groß ist die Wirkung der Schmierstofftemperatur,

die wiederum vorrangig vom Drehmoment, der Auslenkung und der Drehzahl abhängt. Die Temperatur des Schmierstoffes im Kontaktpunkt ist nicht explizit bekannt, daher können die beiden Schmierpaltabmessungen nicht hinreichend diskutiert werden.

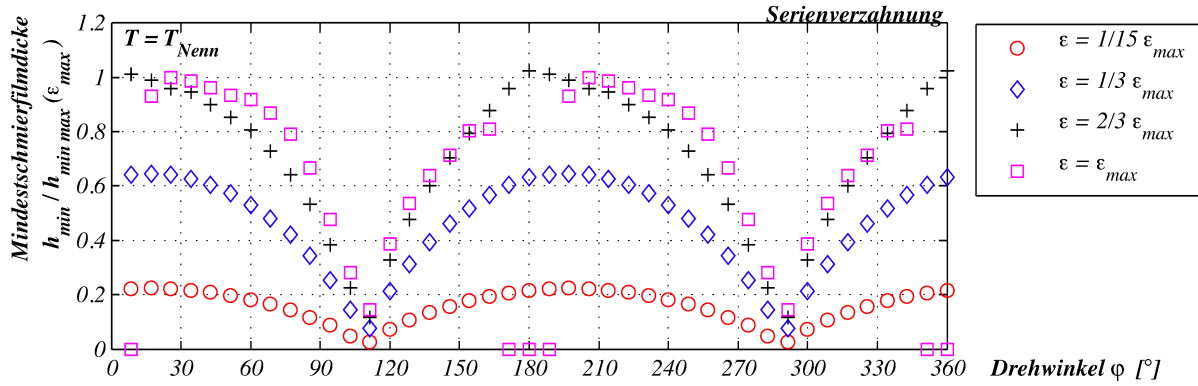


Abbildung 6.4: Mindestdschmierfilmdicke nach der EHD-Theorie

Mit wachsender Belastung und Auslenkung ϵ wird eine größere Fluidmenge verdrängt, wodurch eine Zunahme der Schmiermitteltemperatur folgt. Beim Anstieg der Drehzahl verringert sich die Zeit, in der der Schmierstoff zu verdrängen ist und erhöht somit die Fließgeschwindigkeit. Die Folge ist eine Erwärmung des Fluids, wodurch eine Reduktion der wirksamen Viskosität einhergeht. Zur Berechnung der Spaltgeometrie wird die dynamische Viskosität η bei der Betriebstemperatur des Schmiermittels angesetzt.

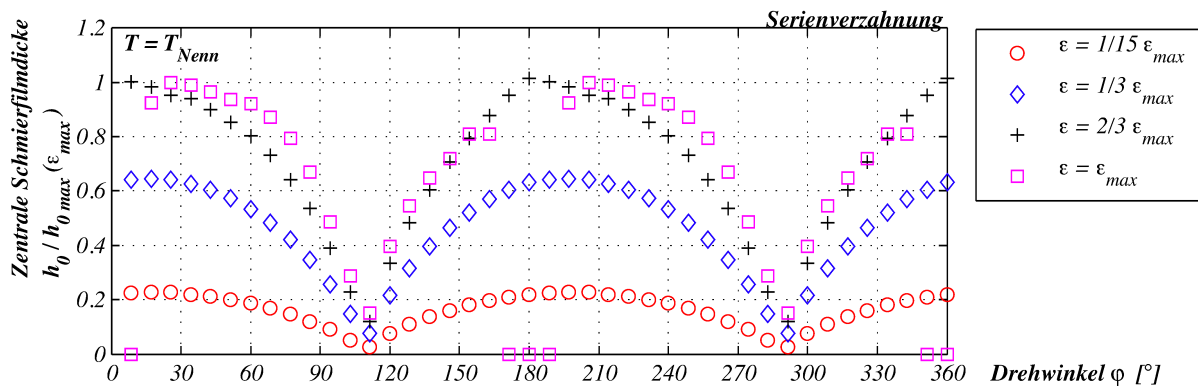


Abbildung 6.5: Zentrale Schmierfilmdicke nach der EHD-Theorie

In den Gleichungen (6.3) und (6.5) zur Berechnung der Schmierpaltgeometrien bleiben die thermischen Auswirkungen und das begrenzte Schmierstoffangebot explizit unberücksichtigt. Durch die Einbeziehung von Korrekturfaktoren kann dieser Mangel behoben werden. Weiterhin wird das Verhalten des Schmiermittels mit dem Modell der *Newtonschen* Flüssigkeit beschrieben.

6.2.2 Einbeziehung der Betriebsbedingungen

6.2.2.1 Nichtisothermes Schmierproblem

In der Literatur (siehe z. Bsp. [Wiśniewski 00]) sind numerische Lösungen für die Berechnung von Korrekturfaktoren bereitgestellt. Die Berücksichtigung des Temperatureinflusses auf die Schmierspaltabmessungen wird vor allem durch die Rückströmung und Abscherung des Fluids in der Einlaufzone hervorgerufen. Dies führt zu einer starken örtlichen Temperaturerhöhung, die eine Verringerung der Schmierfilmdicke durch eine Herabsetzung der Viskosität nach sich zieht. Der Temperaturkorrekturfaktor $\Psi(\varphi)$ korrigiert die ermittelte Spaltgeometrie. Infolge des Temperaturanstieges kommt es zu einer Überschätzung der Viskosität, was zu einer zu großen Schmierfilmdicke führt.

$$\Psi(\varphi) = \frac{3.94}{3.74 + Q_{th}(\varphi)^{0.66}} \quad Q_{th}(\varphi) = \frac{\eta \cdot v_{hy}^2(\varphi) \cdot \beta}{\lambda_S} \quad (6.6a)$$

$$\beta = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial T} \cong \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\Delta \eta}{\Delta \theta} \quad (6.6b)$$

Aus dem Viskositäts - Temperatur - Diagramm des verwendeten Schmieröles, ist der Viskositäts - Temperaturanstieg $\frac{\Delta \eta}{\Delta T}$ zu entnehmen. Damit kann die korrigierte Schmierfilmdicke hinsichtlich der thermischen Einwirkungen im Kontaktbereich aus der Gleichung (6.7) berechnet werden.

$$h_{min\,th}(\varphi) = \Psi(\varphi) \cdot h_{min}(\varphi) \quad (6.7)$$

Die Gleichungen (6.6) sind von der Viskosität η bei der Betriebstemperatur unabhängig. Nur eine Beeinflussung durch die hydrodynamische Geschwindigkeit (Gleichung (6.4)) liegt vor. Darin gehen bei einer gewählten Kupplung im Wesentlichen die Auslenkung und die Drehzahl ein. Mit zunehmender Auslenkung und steigenden Drehzahlen erhöht sich die Gleitgeschwindigkeit. Im Bereich der Kippstellung nähert sich der Korrekturfaktor dem Wert 1 an. Damit entspricht die theoretische Filmdicke nahezu der korrigierten. Die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit resultiert aus der Summe der Kontaktpunktgeschwindigkeiten von Hülsen- und Nabenflanke. Da nur die Geschwindigkeitskomponenten in Zahnbreitenrichtung einbezogen werden, tritt leicht verschoben zu der Kippstellung der Nulldurchgang der hydrodynamischen Geschwindigkeit auf. Diese ist null, somit erfolgt keine zusätzliche thermische Beanspruchung des Schmiermittels ($\Psi(\varphi) \approx 1$). Mit zunehmendem Bombierungsverhältnis sinkt die Phasenverschiebung zwischen Hülsen- und Nabengeschwindigkeit, so dass die Nullstelle des Geschwindigkeitsverlaufes dann der Kippstellung immer näher kommt.

In der Schwenkstellung erreicht die Summengeschwindigkeit den Maximalwert und der Korrekturfaktor $\Psi(\varphi)$ sein Minimum. Der zusätzliche Temperaturanstieg infolge der erhöhten hydrodynamischen Geschwindigkeiten verbessert das Fließverhalten des Schmierstoffes und reduziert den Schmierspalt.

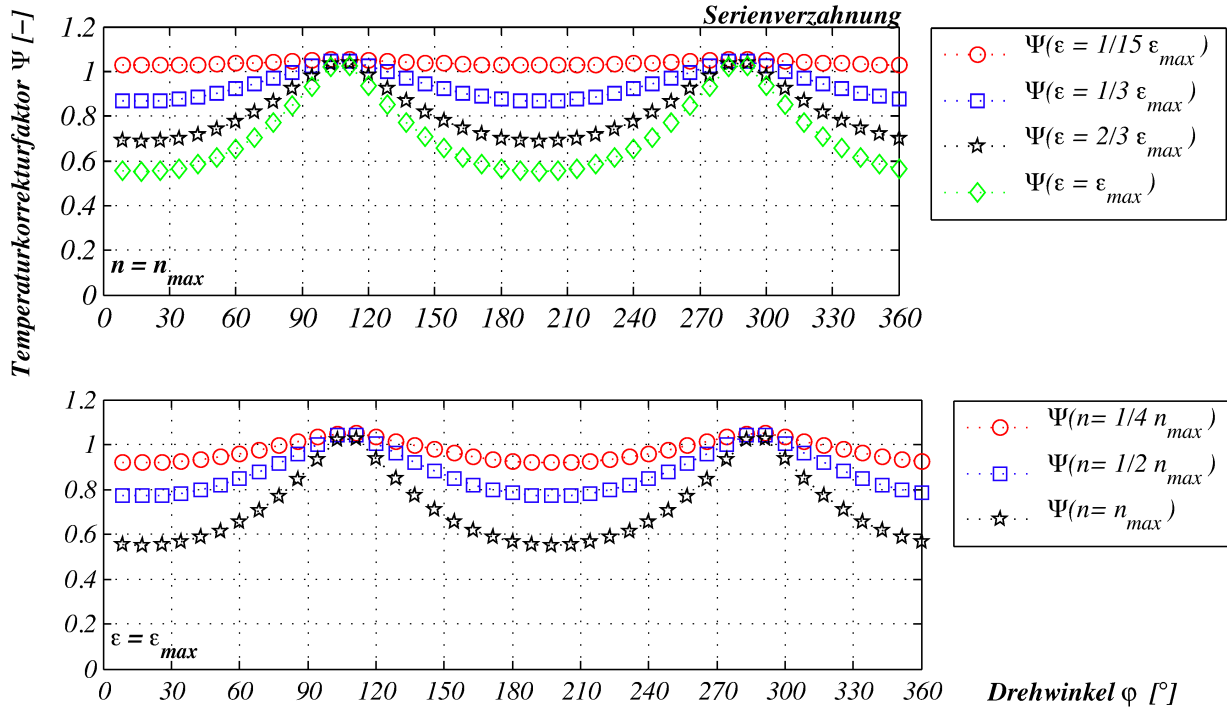


Abbildung 6.6: Drehzahl- und Auslenkungseinfluss auf den Temperaturkorrekturfaktor $\Psi(\varphi)$ des FVA-Refrenzöls Nr. 2

Eine Bestätigung der Geschwindigkeitseinflüsse zeigt die Abbildung 6.6. Durch die Verringerung von Drehzahl bzw. Auslenkung sinken die thermischen Beanspruchungen im Kontaktpunkt und der Korrekturfaktor nähert sich dem Wert 1.

6.2.2.2 Begrenztes Öangebot

Bei uneingeschränktem Öangebot beginnt der Druckaufbau unendlich weit vor dem Kontaktpunkt. Steht keine ausreichende Menge an Schmierstoff zur Verfügung, erfolgt der Druckanstieg im Schmiermittel nicht ungestört. Aus dem begrenzten Öangebot heraus reduziert sich dann auch die Mindestschmierfilmdicke im Kontakt, da der Schmierstoff nicht im ausreichenden Maße zugeführt werden kann. Zur Berücksichtigung dieser Betriebsbedingung wird die Gleichung (6.8) herangezogen, die auf die Verzahnungen in Zahnkupplungen angewendet werden kann (vgl. [Wiśniewski 00]).

$$\Phi(\varphi) = 0.6 \cdot \log Q_i(\varphi) + 0.535 \quad \text{mit} \quad Q_i(\varphi) = \frac{h_i(\varphi)}{(h_0(\varphi))_\infty} \quad (6.8)$$

Die Abmessung $h_i(\varphi)$ entspricht dem Abstand der Kontaktpartner an der Stelle, bei der sich ein eingeschränktes Öangebot (Abbildung 6.7a)) einstellt. In Mitnehmerverzahnungen könnte man den Flankenabstand an dem Rand der Zahnpaarung unter Einbeziehung der Bewegungsrichtung des Kontaktpunktes zu Grunde legen. Jedoch gelangt durch die Rotation bei einer ausreichend hohen Betriebsdrehzahl das Schmiermittel durch die Zentrifugalkraft hin zu den

Zahnpaarungen. Ist in der Zahnkupplung ausreichend Schmierstoff vorhanden, so dass alle Paarungen im Öl laufen, steht ein stets gefüllter Schmierspalt mit ausreichendem Ölnachfluss zur Verfügung. Damit ist dann $h_i(\varphi) \gg (h_0(\varphi))_\infty$ und ergibt sich aus

$$\lim_{\frac{h_i(\varphi)}{(h_0(\varphi))_\infty} \rightarrow \infty} 0.6 \cdot \log \left(\frac{h_i(\varphi)}{(h_0(\varphi))_\infty} \right) + 0.535 = 1, \text{ folglich ist} \quad (6.9)$$

$$h_{\min i}(\varphi) = \Phi(\varphi) \cdot h_{\min}(\varphi) \quad \rightarrow \quad h_{\min i}(\varphi) = h_{\min}(\varphi). \quad (6.10)$$

Selbst eine Gegenüberstellung des Flankenabstandes am Rand der Nabenverzahnung liefert hier einen Faktor $Q_i = 10 \dots 100$, wodurch $\Phi(\varphi)$ nach der Abbildung 6.7b) stark gegen 1 strebt. Für jede Mitnehmerverzahnung ist dieser Zusammenhang in Abhängigkeit der Auslenkung zu prüfen, andernfalls muss die Gleichung (6.8) einbezogen werden.

Mit der Gleichung (6.8) wird lediglich der Einfluss des gestörten Druckaufbaus infolge eines begrenzten Öangebotes auf die Schmierspaltabmessungen ideal glatter Oberflächen nach der EHD-Theorie korrigiert. Andere reibwertverändernde Faktoren, wie das mitunter veränderliche Nachfließverhalten, finden an dieser Stelle keine Berücksichtigung.

Die Einbeziehung des veränderten Fließverhaltens des Schmierstoffes kann nicht erfolgen. In der zur Verfügung stehenden Literatur ([Wiśniewski 00]) werden zwar Berechnungsansätze bereitgestellt, jedoch nicht alle für Mitnehmerverzahnungen notwendigen Faktoren. Damit wird die Charakteristik des Schmierstoffes dem einer *Newtonschen* Flüssigkeit gleichgesetzt. Unter Berücksichtigung der Korrekturfaktoren stehen damit die korrigierten Schmierfilmdicken zur Verfügung.

$$\Rightarrow \quad h_{\min \text{ korr}}(\varphi) = \Phi(\varphi) \cdot \Psi(\varphi) \cdot h_{\min}(\varphi) \quad (6.11)$$

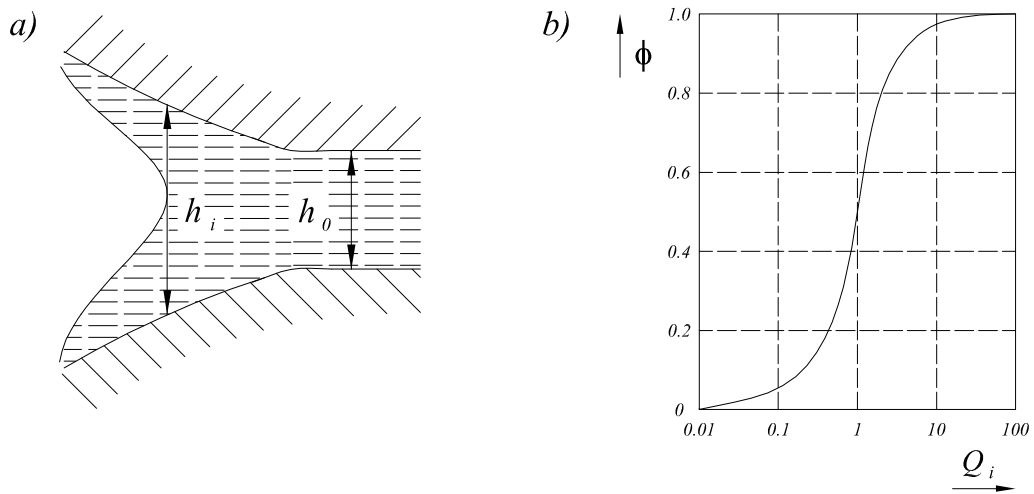


Abbildung 6.7: a) Spaltdicke bei begrenztem Öangebot und b) der Verlauf des Korrekturfaktors $\Phi(Q_i)$

6.3 Approximation des Viskositäts - Temperatur - Verhaltens von Schmierölen

Die Viskosität des Mineralöles als *Newtonsche* Flüssigkeit ist stark abhängig von der Temperatur. Dieser Zusammenhang kann keinesfalls vernachlässigt werden. In [Schilling 85] sind experimentell ermittelte dynamische Viskositäten für die vier FVA-Referenzöle angegeben. Um nun einen funktionalen Zusammenhang zwischen der Temperatur θ und der dynamischen Viskosität nutzen zu können, wird auf den Ansatz aus [Wiśniewski 00] zurückgegriffen.

$$\eta(\theta)_{\text{Ansatz}} = k_1 e^{\left(\frac{k_2}{\theta + 95^\circ\text{C}}\right)} \quad \text{mit: } \eta \dots \text{dynam. Viskosität in } \left[\frac{\text{Ns}}{\text{mm}^2}\right] \quad (6.12)$$

$\theta \dots \text{Temperatur in } [^\circ\text{C}]$

$k_1 \dots \text{Parameter in } \left[\frac{\text{Ns}}{\text{mm}^2}\right]$

$k_2 \dots \text{Parameter in } [^\circ\text{C}]$

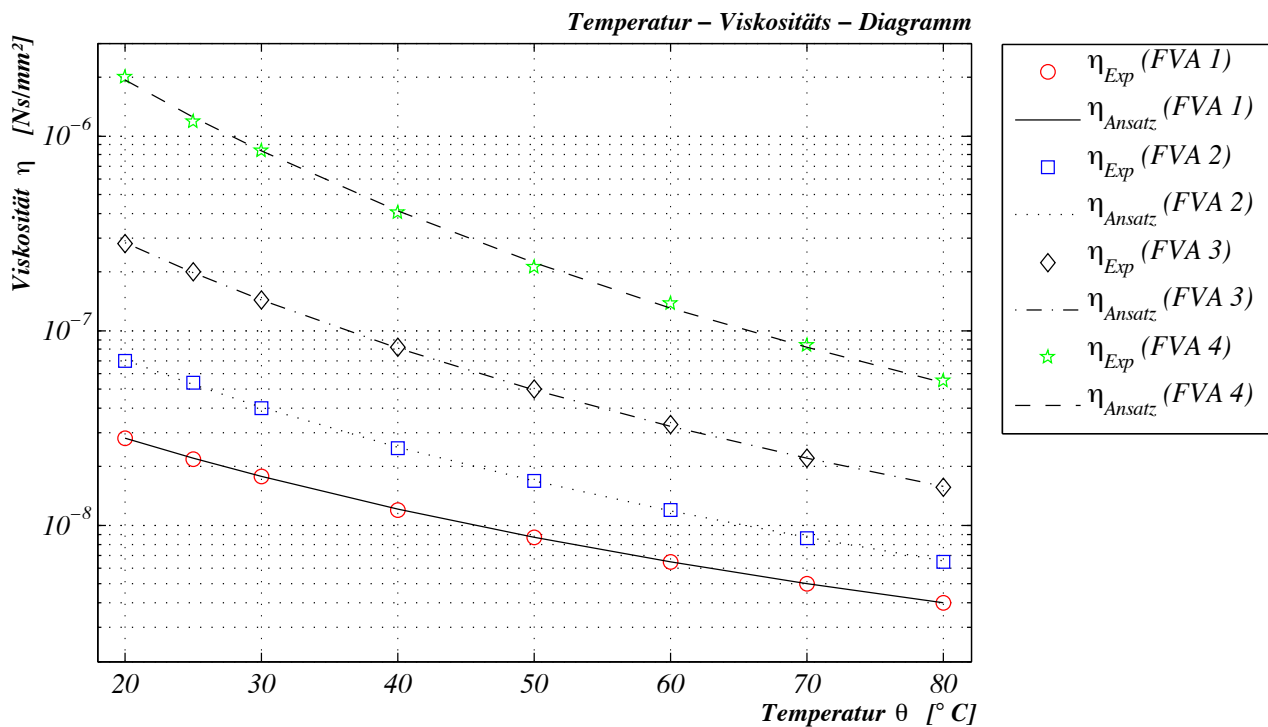


Abbildung 6.8: Viskositäts-Temperaturverhalten der FVA-Referenzöle

Unter Verwendung der Methode der kleinsten Fehlerquadrate erfolgt die Bestimmung der Parameter aus dem benannten Ansatz. Die Ergebnisse zeigt die Abbildung 6.8 i.V.m. den Angaben aus der Tabelle 6.1.

Tabelle 6.1: Parameter für Gleichung (6.12)

FVA-Referenzöl	1	2	3	4
k_1 in $\left[\frac{Ns}{mm^2}\right]$	$9.44 \cdot 10^{-11}$	$6.997 \cdot 10^{-11}$	$6.407 \cdot 10^{-11}$	$5.684 \cdot 10^{-11}$
k_2 in $[^\circ C]$	655	795	965	1200

6.4 Rechnerische Beschreibung des Reibwertes unter Einbeziehung der Oberflächenstruktur

6.4.1 Modell der *Newtonschen* Flüssigkeit

Unter Einwirkung einer Scherspannung beginnt das Trennmittel zu fließen und verformt sich reversibel. Zwischen den Molekülen des Fluids treten dabei Reibungskräfte auf, deren Wirkung als innere Reibung bezeichnet wird. Sie resultiert aus der Überwindung von Adhäsionskräften in einer Strömung. Die Tatsache, dass das viskose Medium an den Oberflächen der Zahnflanken haftet, führt zur Herausbildung einer Strömung. Verengt sich der Abstand der gegenüberliegenden Oberflächen, entsteht ein hydrodynamischer Druck im Schmierfilm. Die Zähigkeit des Schmiermittels behindert den Abfluss. Durch den Anstieg des Druckes werden die Kontaktflächen auseinander gedrückt und wirken der Belastung entgegen.

Zwischen den sich relativ zueinander bewegendenden Oberflächen entsteht ein Geschwindigkeitsgefälle in der Fluidschicht (Abbildung 6.9). Zieht man zur Beschreibung das Modell der *Newtonschen* Flüssigkeit heran, folgt eine Formulierung in Form der Gleichung (6.13). Die Scherspannung $\tau_z(\varphi)$ ist proportional zur Geschwindigkeitsänderung $\frac{v_{gl}(\varphi)}{h_0(\varphi)}$. Dabei stellt der Proportionalitätsfaktor $\eta(\theta, p)$ die dynamische Viskosität (Zähigkeit) dar. Dieser Materialwert ist keineswegs als konstant aufzufassen, sondern abhängig von der Temperatur θ und dem Druck p . Funktionale Zusammenhänge sind aus Messwerten empirisch ausgewertet und liegen in Form von Gleichungen vor, vgl. Abschnitt 6.3.

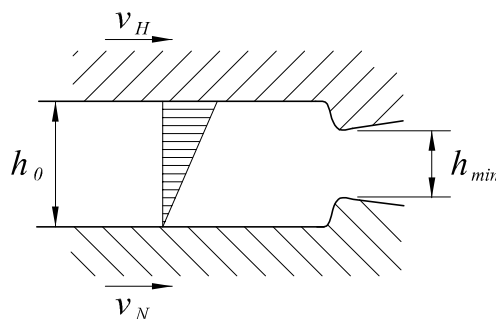


Abbildung 6.9: Innere Reibung einer *Newtonschen* Flüssigkeit zwischen ideal glatten Oberflächen im EHD-Kontakt mit den Kontaktpunktgeschwindigkeiten der Nabe v_N und der Hülse v_H

$$\tau_z(\varphi) = \eta(p, \theta) \cdot \frac{v_N(\varphi) - v_H(\varphi)}{h_0(\varphi)} = \eta(p, \theta) \cdot \frac{v_{gl}(\varphi)}{h_0(\varphi)} \quad (6.13)$$

Die Druckströmung im Kontaktpunkt ist im Vergleich zur Scherströmung klein. Damit liegt ein trapezförmiges Geschwindigkeitsprofil vor, das mit der Gleitgeschwindigkeit $v_{gl}(\varphi) = v_N(\varphi) - v_H(\varphi)$ zu beschreiben ist, vgl. Gleichung (5.1) auf der Seite 19.

Mit der Scherspannung $\tau_z(\varphi)$ aus der Gleichung (6.13) gelingt es ein Maß bereitzustellen, das eine Aussage über den zu überwindenden Widerstand im Bereich der Flüssigkeitsreibung liefert. Um eine Relativbewegung zu erreichen, ist eine Kraft F_{Reib} notwendig, damit die Scherspannung $\tau_z(\varphi)$ aufgebracht werden kann. Der Reibwert der reinen Flüssigkeitsreibung kann aus dem Quotienten der Reibkraft und der Normalkraft bestimmt werden.

$$\mu_{EHD}(\varphi) = \frac{F_{Reib}(\varphi)}{F_n(\varphi)} \quad (6.14)$$

Unter Einbeziehung der Gleichung (6.14) erhält man den Reibwert der reinen Flüssigkeitsreibung aus

$$\mu_{EHD}(\varphi) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{F_n(\varphi)} \cdot \eta(p, \theta) \cdot \frac{v_{gl}(\varphi)}{h_0(\varphi)} \cdot A_{Kant}(\varphi) & : F_n \neq 0 \\ 0 & : F_n = 0 \end{array} \right\}. \quad (6.15)$$

Hier findet nun auch die aus Abschnitt 5.2 herausgearbeitete tribologisch beanspruchte Fläche A_{Kant} Anwendung, vgl. Gleichung (5.32) auf der Seite 29. Die Viskosität des Schmiermittels nimmt mit steigendem Druck p zu. Durch die *Barrus*formel wird der Einfluss des Druckes einbezogen, vgl. Gleichung (6.16).

$$\eta(p, \theta) = \eta(\theta) \cdot e^{\alpha_p \cdot p} \quad (6.16)$$

Mit zunehmender Temperatur θ verringert sich die Viskosität des Schmierstoffes. Daher ist die Viskosität η bei der jeweils vorhandenen Temperatur heranzuziehen. Zu beachten ist dabei unbedingt, dass die Betriebstemperatur der Zahnkupplung ungleich niedriger ist als die Schmierstofftemperatur im Kontaktpunkt.

In den Gleichungen (6.14), (6.15) und (6.16) sind die Abhängigkeiten des kleinstmöglichen Reibwertes zu ersehen. Die Fließfähigkeit des Schmierstoffes hängt sehr stark von der Temperatur ab. Mit Erhöhung der Temperatur vermindert sich der Widerstand, der zur Relativbewegung aufzubringen ist.

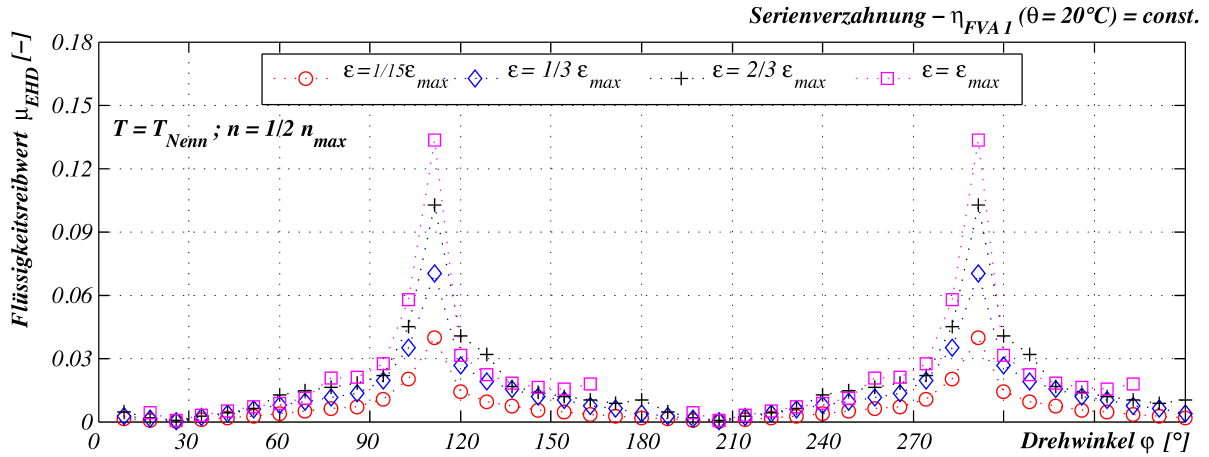


Abbildung 6.10: Rechnerischer Flüssigkeitsreibungswert μ_{EHD} bei konstanter Viskosität ($\eta(\theta = const.)$) nach Gleichung (6.15)

Phasenverschoben zur Kippstellung erreicht die Gleitgeschwindigkeit v_{gl} ihr Maximum, wohingegen die Schmierspaltabmessungen h_0 , h_{min} dort nahezu ihren Minimalwert durchlaufen. Diese Charakteristik der beiden Faktoren geht mit einem Reibwertanstieg ($\mu_{EHD} \uparrow$) einher. Viel gewichtiger aber ist der Viskositätseinfluss. Darin enthalten ist die Schmierstofftemperatur im Kontaktpunkt, wobei sich diese vor allem in Abhängigkeit der Betriebsparameter, wie Drehzahl, Auslenkung und Drehmoment, einstellt. Kupplungsgeometrie, Umgebungstemperatur, Werkstoff- und Schmierstoffauswahl sind Kenngrößen, die in einer Wärmebilanzierung der Zahnkupplung unbedingt Eingang finden müssen.

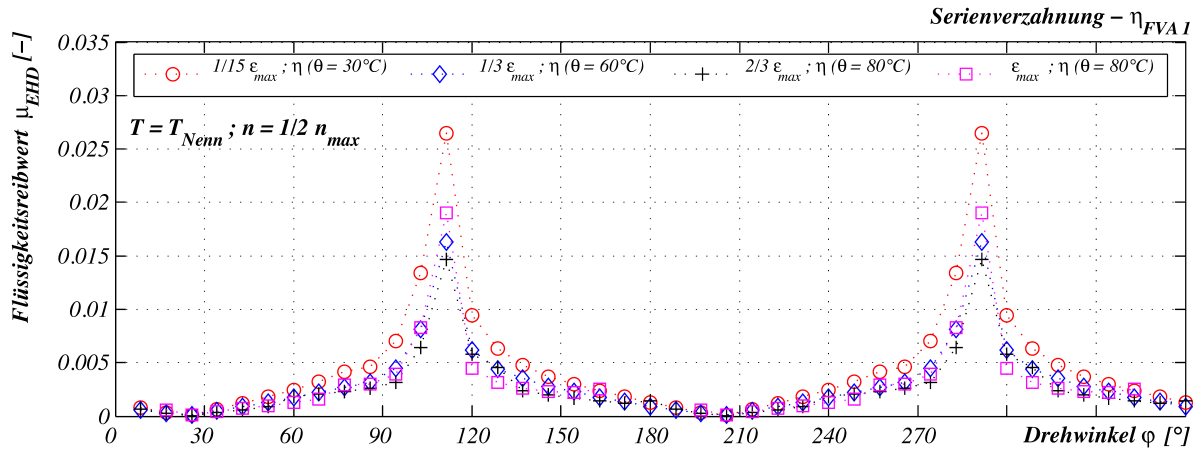


Abbildung 6.11: Rechnerischer Flüssigkeitsreibungswert μ_{EHD} unter Berücksichtigung der Temperatur der jeweiligen Belastungskombination - Gleichung (6.15)

Der enorme Einfluss der Temperatur auf die Viskosität und damit eben auch auf den Flüssigkeitsreibungswert μ_{EHD} zeigen die Abbildungen 6.10 und 6.11. In Abbildung 6.10 ist die Viskosität ($\theta = 20^\circ\text{C}$) des verwendeten FVA-Referenzöles 1 konstant gehalten worden, wohingegen in der nachfolgenden Abbildung dem Belastungskollektiv eine individuelle Temperatur zugeordnet wurde. Mit der Einbeziehung der Betriebstemperatur sinkt der Flüssigkeitsreibungswert sehr stark.

Erfährt der Schmierstoff unter konstanten Belastungsparametern eine Variation ruft das Schmiermittel der geringsten Viskosität den größten Flüssigkeitsreibungswert hervor. Bei alleiniger Betrachtung der Gleichung (6.13) scheint dieser Zusammenhang nicht schlüssig. Bezieht man jedoch die Ermittlung der zentralen Schmierfilmdicke h_0 in die Analyse mit ein, so ist ein Herabsetzen von h_0 mit sinkender Viskosität nachzuvollziehen. Eine Verminderung der Viskosität führt also nicht unweigerlich zu einer Reduzierung des Flüssigkeitsreibungswertes μ_{EHD} . Es ist dennoch festzustellen, dass alle ermittelten Werte sehr eng beieinander liegen.

6.4.2 Rauheitsprofil im Kontaktbereich

Die vorangestellten Betrachtungen basieren auf der Annahme ideal glatter Oberflächen. Aus dem Herstellungsprozess heraus liegen nie ideale Oberflächenstrukturen vor, so dass dieser Einfluss zwingend bei der Reibwertermittlung einbezogen werden muss.

Nach der Verzahnungsherstellung besitzt die Mikrogeometrie der Zahnflankenoberflächen einen sehr rauen und scharfkantigen Verlauf. Dieser resultiert aus dem mechanischen Herstellungsvorgang des WälzfräSENS oder Wälzstoßens. Dabei wird der Werkstoff des Werkstückes so stark beansprucht, dass örtlich die Festigkeit überschritten wird und einzelne Späne herausgerissen werden, wodurch diese raue Oberflächenstruktur entsteht.

Für die Berechnung von Reibwerten sind diese Strukturen nicht anzusetzen. Nach kurzzeitigem Betrieb erfolgen plastische Deformationen oder sogar das Abscheren von Rauheitsspitzen. Man spricht vom Einlaufen einer Verzahnung.

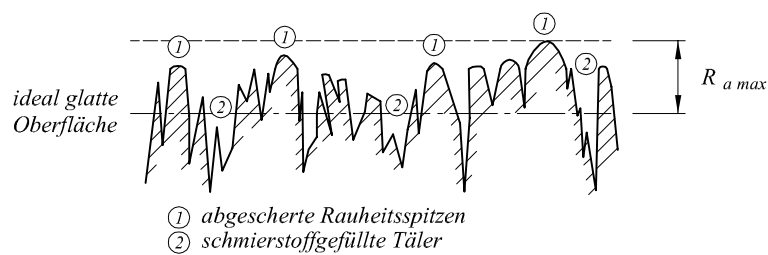


Abbildung 6.12: Oberflächenstruktur einer Zahnflanke nach dem Einlaufen

Nach dem Einlaufvorgang soll sich eine Oberflächenstruktur ähnlich der Abbildung 6.12 einstellen. In den Tälern, die Schmiermittel enthalten können, bleibt die Form der Oberfläche von den scharfen Übergängen, die aus der Herstellung herrühren, gekennzeichnet. An den Rauheitsspitzen entstehen durch den metallischen Kontakt mit der Gegenflanke Abscherungen und plastische Verformungen. Die Oberfläche wird geglättet und weist Rauheitsspitzen auf, die von der ideal glatten Oberfläche um $R_{a\ max}$ abweichen. Nach dem Einlaufen sollen nur noch elastische Verformungen auftreten.

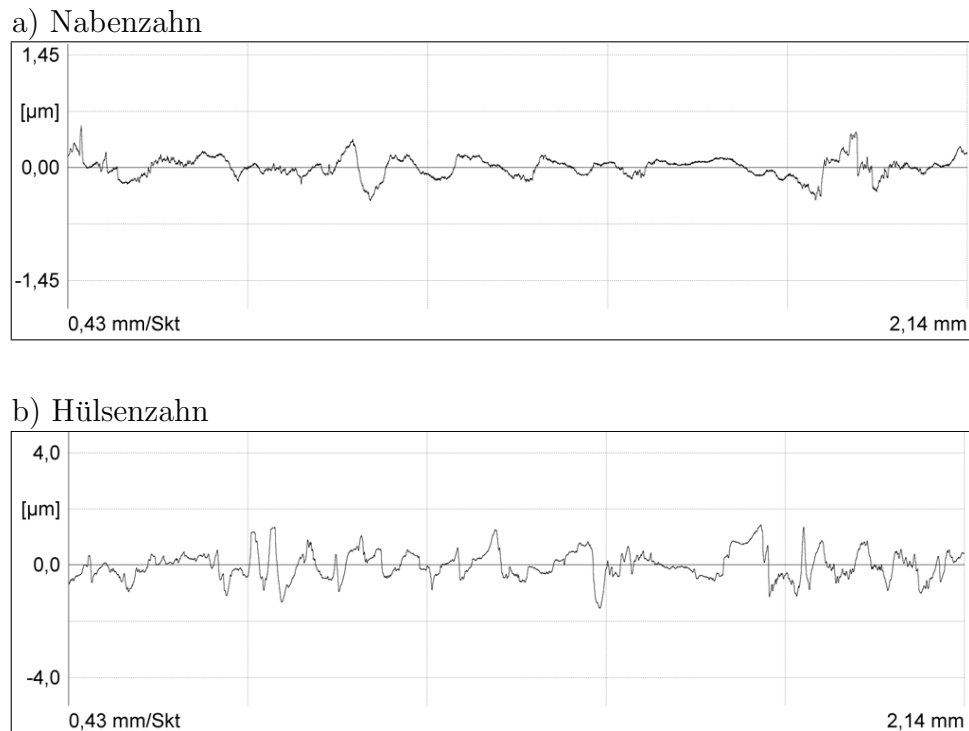


Abbildung 6.13: Messtechnisch ermittelte Oberflächenrauheit a) am Nabenzahn und b) an dem kontaktierten Hülsenzahn im Kontaktbereich

Der Wert $R_{a\max}$ muss messtechnisch vom Hersteller der Verzahnung bereitgestellt werden. Es gehen eine Vielzahl von Einflüssen mit ein. Vor allem das Herstellungsverfahren mit den Spanungsparametern, wie Vorschubgeschwindigkeit und Werkzeugdrehzahl, verändern die Oberflächenqualität stark. Mit zunehmender Werkzeugdrehzahl und verringerter Vorschubgeschwindigkeit verbessert sich die Oberflächenqualität.

Zur Darstellung der Oberflächenstruktur ist dies ein sehr grobes Modell, da es mit nur einer Größe beschrieben wird. Zur Abgrenzung der Reibungszustände aus der Gegenüberstellung des Abstandes der ideal glatten Oberflächen mit der Summe der Rauheitsspitzen der Hülse ($R_{a\max H}$) und Nabenverzahnung ($R_{a\max N}$) ist es aber dennoch aussagefähig.

Ein weiterer Unterschied zwischen der idealisierten und der technischen Oberfläche (Abbildung 6.12) ist in der auftretenden Pressung zu sehen. Die reale Oberflächengeometrie weist eine größere Angriffsfläche für die Belastung auf, wodurch sich eine geringere Beanspruchung einstellt.

Tabelle 6.2: Aus Messungen gewonnene Daten zur Beschreibung der Oberflächenbeschaffenheit (i.V.m. Abbildung 6.12 und 6.13)

	Nabe	Hülse	Σ
R_a in $[\mu m]$	0.39	0.63	1.02
$R_{a\max}$ in $[\mu m]$	0.58	1.51	2.09

Da das Rauheitsprofil (exemplarische Darstellung in Abbildung 6.13) messtechnisch ermittelt wird, um die genannten Parametereinflüsse in der Oberflächenstruktur wiederzugeben, ist es sinnvoll, die berechnete Mindestschmierfilmdicke h_{min} auf den maximalen Abstand der Rauheitsspitzen zu beziehen (Abstandsverhältnis ξ). Die Berechnungen basieren damit auf dem Zusammenhang der Gleichung (6.1), Seite 31, mit den aus der Tabelle 6.2 abgebildeten Messwerten.

Eine dreidimensionale Oberflächenmessung ist prinzipiell durchführbar und beinhaltet dabei einen höheren Informationsgehalt über die kontaktierten Oberflächenbereiche. Erschwert wird die Umsetzung durch die doppelte Krümmung (Zahnhöhen- und Zahnbreitenrichtung) der Flankenoberflächen.

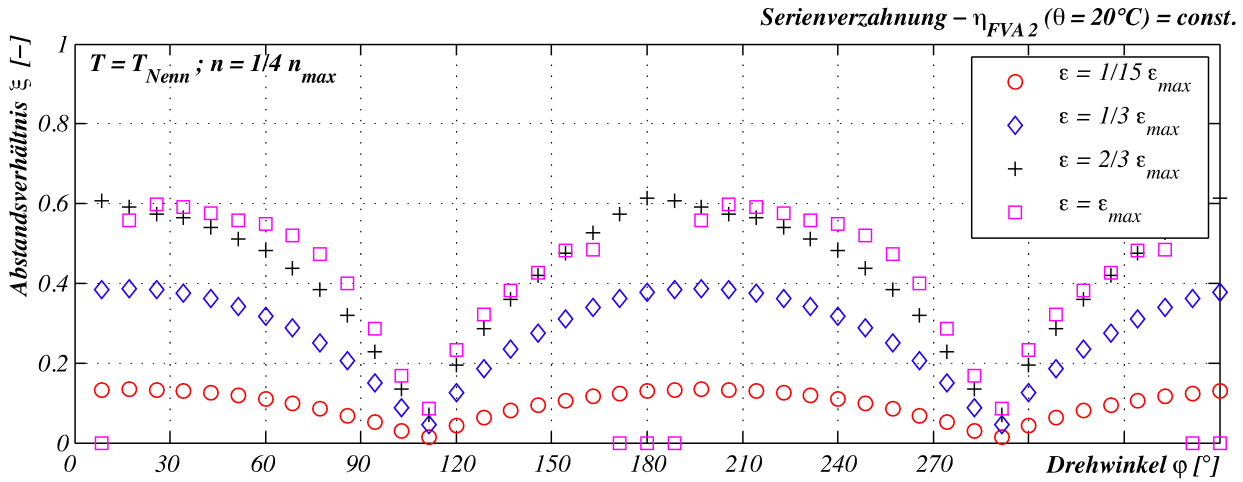


Abbildung 6.14: Abstandsverhältnis über dem Drehwinkel für einen ausgewählten Belastungsfall mit dem FVA-Referenzöl 2

In der Abbildung 6.14 ist der Verlauf des Abstandsverhältnisses dargestellt. Es stellt sich ein Wert $\xi < 1$ ein, d.h. es tritt Mischreibung auf. Die Ausbildung reiner Flüssigkeitsreibung wird nicht erreicht. Mit einer Vergrößerung des Auslenkungswinkels ($\epsilon \uparrow$) wächst der Abstand der Oberflächen (h_{min} bzw. $h_0 \uparrow$) an. Dieser Zusammenhang ist aus dem Abschnitt 6.2.1 (Seite 32ff.), insbesondere Abbildungen 6.4 und 6.5, schon bekannt.

Unberücksichtigt bleibt der Einfluss der Oberflächenrauigkeit auf die berechnete Schmierpalt- dicke. Es ist vorstellbar, dass infolge des Rauigkeitsprofils die Schmierpaltabmessungen her- abgesetzt werden. Dieser Sachverhalt wird in diesem Zusammenhang vernachlässigt.

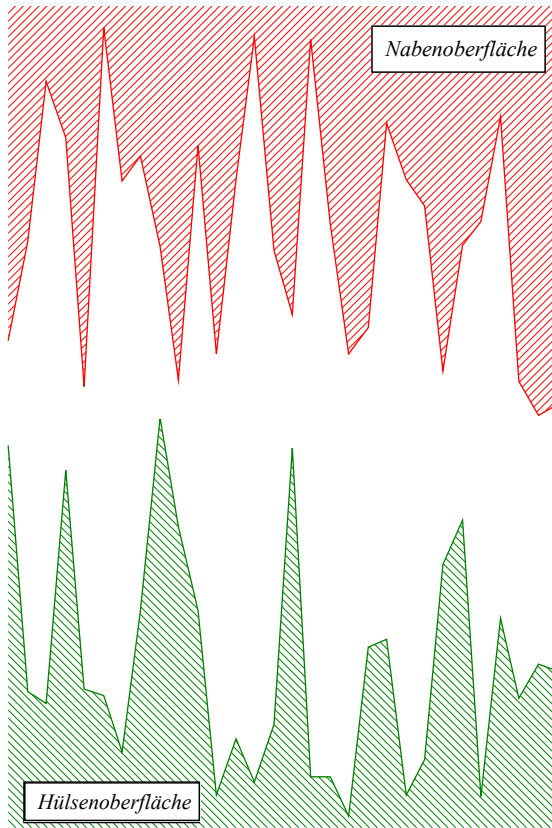
6.4.3 Kontaktmodell zur Annäherung der Zahnflanken

Es besteht die Notwendigkeit, eine funktionale Beziehung (Reibwertfunktion $\mu(\xi)$) zu erar- beiten, die die beiden Extremwerte $\mu_{EHD}(\varphi)$ und μ_{Fest} beinhaltet und die das Verhalten des Reibwertes bei zunehmender Annäherung der Kontaktflächen einbezieht. Ausgangspunkt bildet dabei ein Kontaktmodell mit dem es gelingt, den zunehmenden direkten physischen Kontakt der Rauheitsspitzen infolge zunehmender Annäherung der Oberflächen zu analysieren. Mit dem Anstieg der realen Kontaktflächen beider Kontaktpartner geht eine Verschiebung des Reib- wertes in Richtung der Feststoffreibung einher. Der Schmierstoff überträgt dann einen immer

geringer werdenden Anteil der Belastung. Die sich einstellenden Reibwertbereiche sind in der Gleichung (6.17) in Abhängigkeit des Abstandsverhältnis $\xi(\varphi)$ aufgeführt (Gleichung (6.1) auf Seite 31).

$$\begin{aligned}
 h_{\min}(\varphi) > \sum R_{am} &\rightarrow \xi(\varphi) > 1 & \mu &= \mu_{EHD}(\varphi) \\
 h_{\min}(\varphi) \leq \sum R_{am} &\rightarrow \xi(\varphi) \leq 1 & \mu &= \mu(\xi(\varphi)) \\
 h_{\min}(\varphi) \ll \sum R_{am} &\rightarrow \xi(\varphi) \rightarrow 0 & \mu &= \mu_{Fest}
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

a) Schematisch



b) Diskretisiert

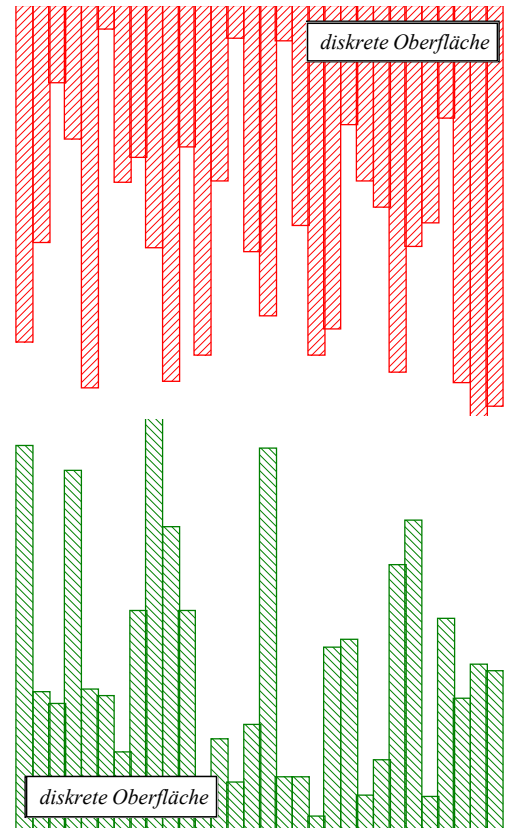


Abbildung 6.15: Ausschnitte von Oberflächenstrukturen der Nabenflanke (oben) und der Hülsenflanke (unten) im Kontaktbereich, wobei diese a) schematisch und b) diskretisiert dargestellt sind

Nachfolgend wird ein Modell vorgestellt, das eine Aussage hinsichtlich der realen Kontaktfläche bei wachsender Oberflächenannäherung ermöglicht. Zur Veranschaulichung dient die Abbildung 6.15. Darin ist die Abstraktion von der realen Oberflächenstruktur zu dem diskreten Kontaktmodell aufgezeigt. Auf der linken Seite ist jeweils ein Ausschnitt aus der Oberfläche von Nabe bzw. Hülse schematisch dargestellt. Rechts davon befindet sich eine diskretisierte Darstellung, die beispielsweise aus Rauheitsmessungen gewonnen werden kann. Die Rauheitsspitzen

werden durch einzelne abgegrenzte Wertepaare miteinander verglichen. Somit ist gewährleistet, dass für einen Ausschnitt der Berührungsfläche eine Aussage bezüglich der unmittelbaren Kontaktfläche vorgenommen werden kann.

Aus der EHD-Theorie wird der Abstand der ideal glatten Oberflächen (h_0 , h_{min} aus Abschnitt 6.2) unter Einbeziehung der Belastungsparameter, konstruktiv-technologischer Gegebenheiten und Schmier- bzw. Werkstoffangaben gewonnen. Darin findet die Oberflächenbeschaffenheit, die aus der Verzahnungsherstellung herrührt, keinen Eingang. Diesem Umstand soll durch eine inkrementelle Annäherung der diskretisierten Flankenoberflächen begegnet werden (Abbildung 6.15b)). Unter einer inkrementellen Annäherung ist eine schrittweise Bewegung (Δ aus Gleichung (6.18)) der diskreten Oberflächen zu verstehen.

In der nächsten Abstraktionsstufe werden die einzelnen „Rauheitsspitzen“ als Federn aufgefasst. Da nach der Einlaufphase lediglich noch von elastischen Verformungen ausgegangen wird, ist dies zulässig. Dargestellt ist das Federmodell der diskretisierten Oberflächen in der Abbildung 6.16. Die diskretisierte Oberfläche ist gekennzeichnet von den geometrischen Größen $a_{N\ max} / a_{N\ min}$ und $a_{H\ max} / a_{H\ min}$ (Index N für Nabe und H für Hülse) und den Mittelwerten $a_{N\ mittel}$ und $a_{H\ mittel}$. Weiterhin weist jede „Rauheitsspitze“ (Feder) eine endliche Breite d_j auf, wobei diese Größe bei beiden Kontaktpartnern übereinstimmen muss.

$$\Delta = \frac{a_N + a_H}{n_S} \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} a_N &= a_{N\ max} + a_{N\ min} \\ a_H &= a_{H\ max} + a_{H\ min} \end{aligned} \quad (6.18)$$

Die Annäherung der durch Federn modellierten Oberflächenstrukturen erfolgt in konstanten Schritten (Δ). Die Größenordnung hängt von der Anzahl der Inkremente n_S ab. Mit zunehmendem n_S wird die Größe Δ (Abbildung 6.17) verfeinert.

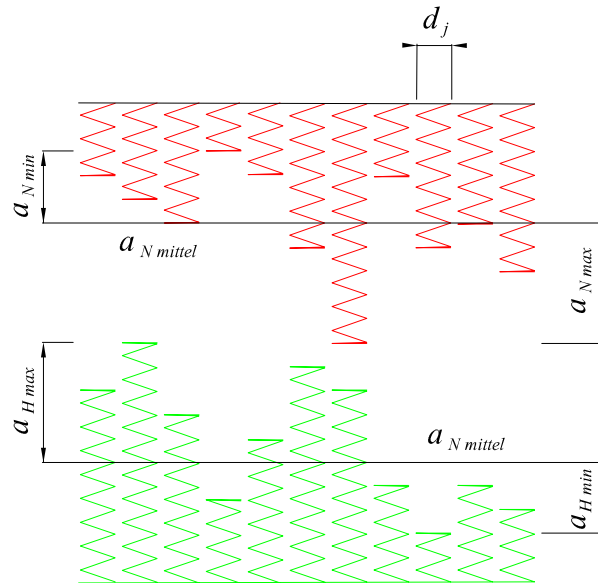


Abbildung 6.16: Diskretisiertes Kontaktmodell als Ausschnitt aus dem Kontaktbereich, wobei die Rauheitsspitzen durch Modellfedern ersetzt wurden

Um zu analysieren, welchen Anteil der über den Kontaktbereich zu übertragenden Belastung durch den Schmierstoff bzw. durch rein metallischen Kontakt realisiert wird, erfolgt die Annäherung der kontaktierten Oberflächenausschnitte. Die Anzahl der tragenden Federn im Verhältnis zu der Gesamtanzahl gibt Auskunft über das Verhältnis der realen Kontaktfläche (A_{real}) zur rechnerischen Kontaktfläche ($A_{Kontakt}$). In der Abbildung 6.17 sind drei Momentanaufnahmen exemplarisch aufgezeigt. Auf der linken Seite findet noch kein physischer Kontakt der Oberflächen statt. Die gesamte Belastung wird vollständig von dem Zwischenstoff übertragen. Die mittlere Darstellung zeigt erste Kontakte und die Federn werden elastisch verformt. An dieser Stelle unterliegen 20% einem metallischen Kontakt. Ist die Rauheitsmessung kennzeichnend für die gesamte Kontaktfläche, so beträgt das Verhältnis aus realer Kontaktfläche zur gesamten Kontaktfläche $A_{real}/A_{Kontakt} = 0.2$. Auf der rechten Seite der Abbildung 6.17 erhöht sich der Anteil auf 60%. Vernachlässigt wird hierbei die elastische Verformung der Rauheitsspitzen (Federn), die durch den Schmierstoff hervorgerufen wird. Voraussetzung dafür ist jedoch, dass das gemessene Rauheitsprofil für den untersuchten Kontaktbereich repräsentativ ist.

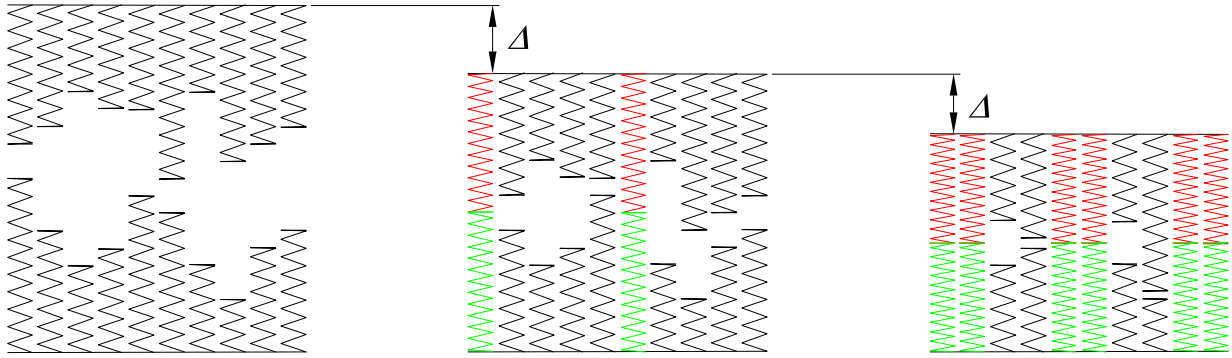


Abbildung 6.17: Annäherung diskreter Oberflächenstrukturen i.V.m. Abbildung 6.16

Zur graphischen Illustration der Ergebnisse dieses Kontaktmodells ist die Einführung weiterer formelmäßiger Zusammenhänge notwendig. Um eine anschauliche Darstellung zu erreichen wird eine dimensionslose Größe, die Annäherung δ , eingeführt.

$$\delta = \frac{n \cdot \Delta}{a_N + a_H} = \frac{n}{n_S} \quad (6.19)$$

δ hat somit einen Geltungsbereich von $0 \leq \delta \leq 1$. Strebt $\delta \rightarrow 0$ liegt kein metallischer Kontakt vor.

Über der Annäherung der Kontaktpartner (δ) soll der Anteil aufgetragen werden, der einem physischen Kontakt unterliegt. Dazu wird die Summe der Breiten der berührenden Federn auf die Gesamtbreite der betrachteten Federn bezogen, Gleichung (6.20).

$$D = \frac{A_{Kontakt}}{A_{real}} = \frac{\sum_{i=1}^{anz_{trag}} d_{trag\ i}}{\sum_{j=1}^{anz} d_j} \quad (6.20)$$

Das beschriebene Kontaktmodell wird nachfolgend anhand messtechnisch ermittelter Oberflächenrauigkeiten (vgl. Tabelle 6.2 und Abbildung 6.13, Seite 45f.) angewandt. In den Kontaktbereichen wurden Rauheitsmessungen vorgenommen.

Da die gesamte Nabenverzahnung mit dem gleichen Werkzeug hergestellt wird, sind bei allen Einzelzähnen sehr ähnliche Oberflächeneigenschaften zu erwarten. Hierbei sind jedoch nicht die Rauheiten anzusetzen, die aus der Herstellung hervorgehen, sondern vielmehr die, die sich nach dem Einlaufen einstellen (vgl. Abschnitt 6.4.2). Die Anwendung des zuvor erläuterten Modells, zur Annäherung kontaktierter Oberflächenstrukturen, ist in dem anschließenden Abschnitt dargestellt. Darin ist das Verhalten des Traganteiles bei zunehmender Annäherung der kontaktierten Oberflächen aufgezeigt.

6.4.4 Reibwertfunktion und Reibwertverlauf

Der Ansatz zur Beschreibung des Reibwertes in Abhängigkeit des Abstandsverhältnisses $\xi(\varphi)$ bzw. der Annäherung der kontaktierten Oberflächen besteht nun darin, den Traganteilen D in Abhängigkeit der Annäherung δ Reibungszustände zuzuordnen, vgl. Abbildung 6.18.

Mit zunehmendem Flächentraganteil $D \uparrow$ der Kontaktbereiche steigt der Reibwert infolge wachsender Annäherung der beiden Kontaktpartner an. Durch die Einbeziehung der Extremwerte ($\mu_{EHD}(\varphi)$ und μ_{Fest}) in die dimensionslosen Reibkennzahlen μ_o und μ_u lässt sich die örtliche Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ einer Kontaktstelle beschreiben.

$$\mu_u(\varphi) = \frac{\mu_{EHD}(\varphi)}{\mu_{Fest}} \quad \text{und} \quad \mu_o = \frac{\mu_{Fest}}{\mu_{Fest}} = 1 \quad (6.21)$$

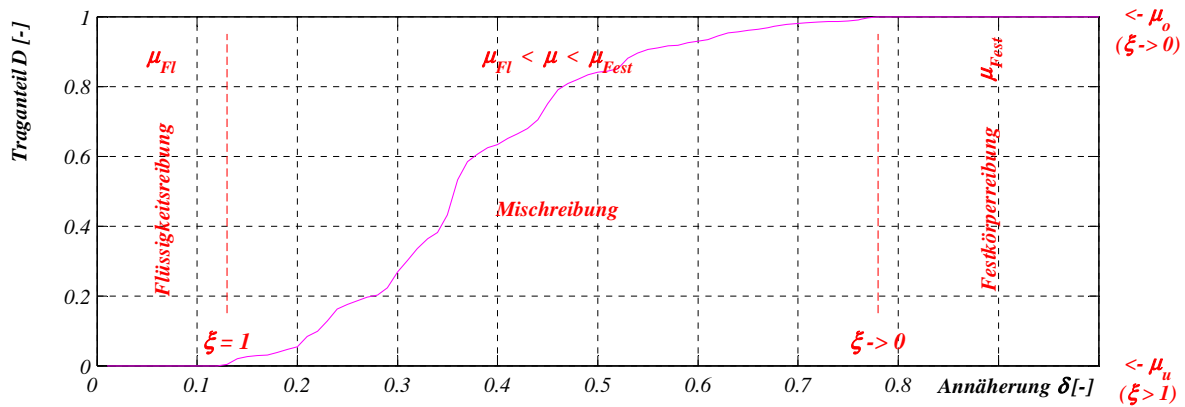


Abbildung 6.18: Metallischer Traganteil über der zunehmenden Annäherung aufgetragen - Oberflächenbeschaffenheit aus Abbildung 6.13 (Seite 45)

Die Abbildung 6.18 zeigt für einen Oberflächenausschnitt das zunehmende Tragverhalten der Rauheitsspitzen auf. Mit zunehmender Annäherung ($\delta \uparrow$) wächst auch der Traganteil $D \uparrow$. Die Kontaktbereiche unterliegen zunehmend einem vollständigen Kontakt ($D \rightarrow 1$). Die Federn aus der Abbildung 6.17 berühren sich dann allesamt. In dem Bereich $0 \leq \delta \leq 0.13$ liegt keine direkte Berührung vor. Ursächlich hierfür ist das mögliche ineinander schieben von einzelnen Rauheitsspitzen ohne sich zu durchdringen. Zu Vermeidung dieses Effektes ist ein Sortieren der Einzelwerte (a_N und a_H aus Gleichung 6.18) erforderlich. Da auch eine Relativbewegung zwischen den

kontaktierten Bereichen erfolgt ist dieser Schritt notwendig. Im Ergebnis führt dies dann schlussendlich auf einen Graphen entsprechend der Abbildung 6.19. Das Gebiet $0.79 \leq \delta \leq 1.0$ der Abbildung 6.18 zeugt von einer vollflächigen Durchdringung der Rauheitsspitzen. Alle Federn der Abbildung 6.17 befinden sich vollumfänglich im Kontakt, sind allerdings unterschiedlich stark verformt. Der vorliegende Reibungszustand ist hierbei der der Feststoffreibung.

Aufgrund der Verlagerungsfähigkeit von Kupplungsverzahnungen findet eine Relativbewegung der Kontaktbereiche unweigerlich statt. Aus diesem Grund treten Bereiche wie $0 \leq \delta \leq 0.13$ in Abbildung 6.18 praktisch nicht auf. Die Rauheitsspitzen der Kontaktbereiche sind daher vorzeichenbehaftet zu ordnen und aneinander anzunähern. Im Ergebnis zeigt sich dann eine Verlauf der ausschließlich den Mischreibungsbereich beinhaltet, Abbildung 6.19.

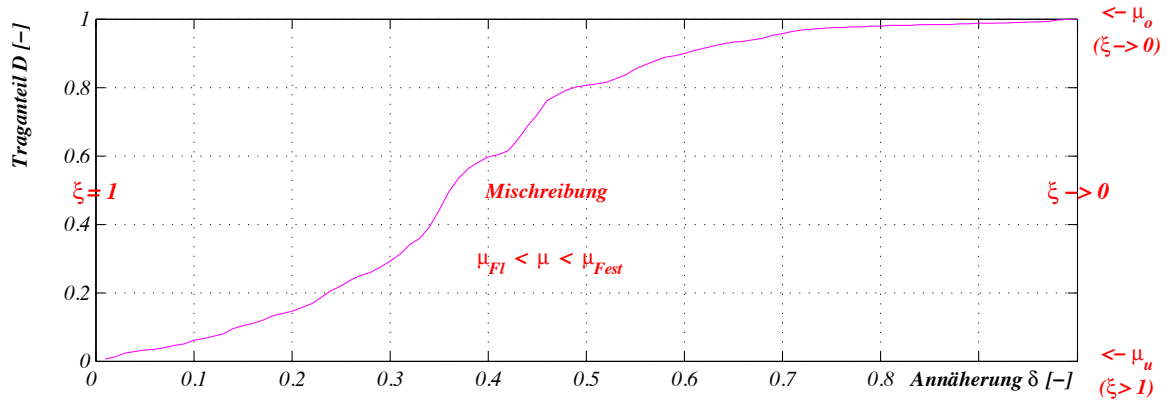


Abbildung 6.19: Traganteil über der zunehmenden Annäherung aufgetragen unter Berücksichtigung möglicher Relativbewegung im Kontaktbereich

Zur Ermittlung einer Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ zwischen den beiden bekannten Extremzuständen ($\mu_{EHD}(\varphi)$ und μ_{Fest}) kann nun der Verlauf herangezogen und auf den vorliegenden Fall angewendet werden. Dabei gilt es, den Bereich zwischen dem größt- und kleinstmöglichen dimensionslosen Reibungskennzahlen (μ_o und $\mu_u(\varphi)$) in Abhängigkeit des Abstandes der beiden Oberflächen auf der Abszisse zu wichten. Zwei Werte liegen im ξ - μ -Koordinatensystem (Abbildung 6.20) fest:

$\Rightarrow (\xi = 1.0, \mu_u)$ Beginn des Mischreibungsbereiches und

$\Rightarrow (\xi = 0.0, \mu_o)$ der rein metallische Kontakt.

Mit der Abbildung 6.20 ist die Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ der modifizierten Kupplungsverzahnung aus Tabelle 3.1 (Seite 10) aufgezeigt. Hinsichtlich der Oberflächenbeschaffenheit des Kontaktbereiches wird auf die Darstellung der Abbildung 6.13 (Seite 45) zurückgegriffen. Damit liegt nun ein aussagefähiger Zusammenhang zwischen dem Reibwert und dem Abstandsverhältnis ξ speziell für die hier untersuchte modifizierte Verzahnung fest. Die Berechnung des jeweiligen Abstandsverhältnisses $\xi(\varphi)$ ist eng gekoppelt an die Mindestschmierfilmdicke $h_{min}(\varphi)$ (EHD-Theorie, vgl. Abschnitt 6.2) und ruft auch die Drehwinkelabhängigkeit hervor. Zwei weitere maßgebliche Einflussgrößen sind die Reibkennzahlen μ_o und $\mu_u(\varphi)$, vgl. Gleichung 6.21, wobei $\mu_u(\varphi)$ durch den Einfluss von $\mu_{EHD}(\varphi)$ ein erheblich instationäres Verhalten aufweist.

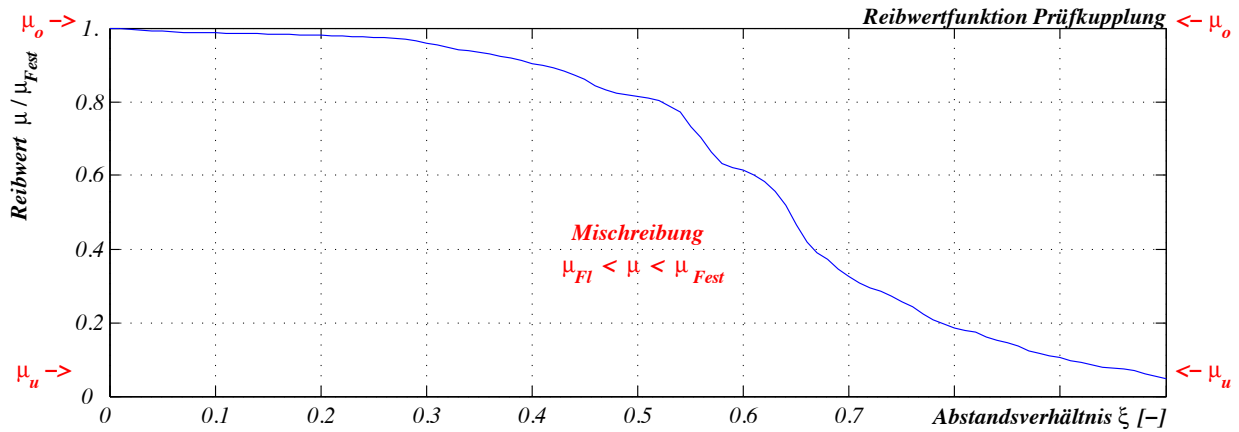


Abbildung 6.20: Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ der modifizierten Verzahnung aus Tabelle 3.1 auf Seite 10

Damit gelingt es nun anhand des erstellten Kontaktmodelles den Reibwert einer Zahnpaarung für einen vollständigen Umlauf, Reibwertverlauf $\mu(\varphi)$ darzustellen. In der Abbildung 6.21 ist dieser Zusammenhang aufgezeigt. Später im Abschnitt 12.3 werden die Berechnungsergebnisse mit experimentell ermittelten Reibwerten gegenübergestellt und ausführlich diskutiert. Die prinzipielle Charakteristik des Verlaufes ist stark an die des Flüssigkeitsreibwertes (vgl. Abschnitt 6.4.1) angelehnt. In den Kippstellungsbereichen erreicht der Reibwert seinen Größtwert, wohingegen in der Schwenkstellung ein geringerer Wert vorliegt.

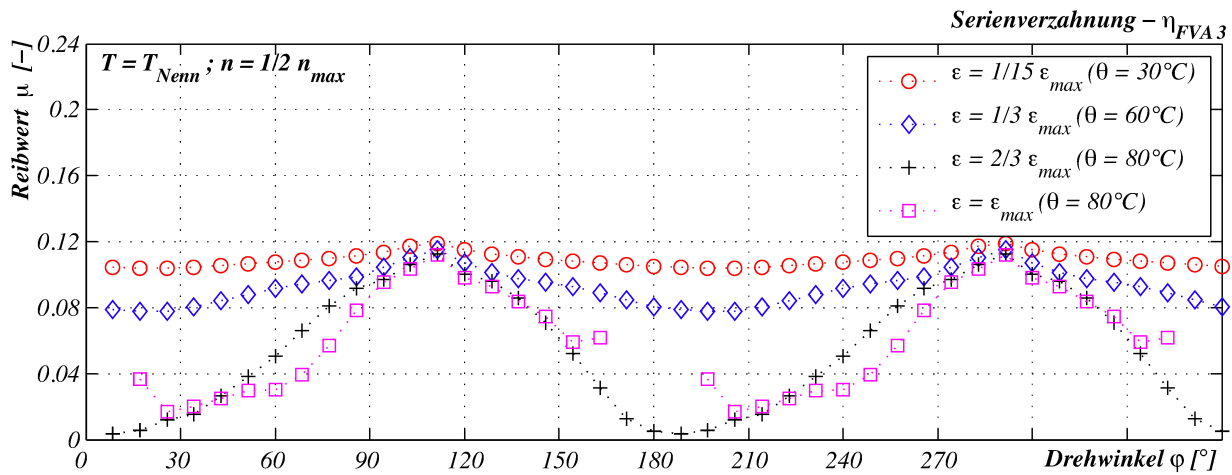


Abbildung 6.21: Reibwertverlauf unter Einbeziehung der Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ der Abbildung 6.20

Zusammenfassend sollen nachfolgend die verwendeten Begrifflichkeiten (Tabelle 6.3) noch einmal gegeneinander abgegrenzt werden.

Tabelle 6.3: Abgrenzung benutzter Begriffe

Benennung	Erläuterung
ξ Abstandsverhältnis	Diese Größe gibt das Verhältnis der Mindestschmierfilmdicke h_{min} und der Rauheitssumme $\sum R_{am}$ (Gleichung 6.1 auf Seite 31) wieder. Es gilt als Maß zur Bestimmung des auftretenden Reibungszustandes in der Verzahnung.
δ Annäherung	Zur Ermittlung des im physischen Kontakt befindlichem Anteils der Oberflächen ist ein Aufeinanderzubewegen der Kontaktpartner erforderlich. Dieser dimensionslose Parameter hat dabei einen Geltungsbereich von 0 (kein unmittelbarer Kontakt) bis 1 (vollständige Durchdringung).
D Traganteil	Der Traganteil D gibt Auskunft darüber, wie groß der Anteil der Kontaktfläche ist die sich in direktem metallischem Kontakt befindet. Der Traganteil D ist unmittelbar abhängig von der Annäherung δ .
$\mu(\xi)$ Reibwertfunktion	Ein Zusammenhang zwischen dem Abstandsverhältnis $\xi(\varphi)$ der kontaktierten Oberflächen und dem sich einstellenden Reibwert $\mu(\varphi)$ beschreibt die Reibwertfunktion $\mu(\xi)$. Dabei werden die im Zusammenhang stehenden Größen Annäherung δ und der Traganteil D , durch die Zuordnung der jeweiligen Reibungszustände (vgl. Abbildung 6.18) hin zu einer Darstellung über dem Abstandsverhältnis ξ aufgetragen (vgl. Abbildung 6.20).
$\mu(\varphi)$ Reibwertverlauf	Mit der Kenntnis des Reibwertes in Abhängigkeit des Abstandsverhältnisses (Reibwertfunktion $\mu(\xi)$) gelingt es nunmehr den örtlichen Reibwert als Funktion des Drehwinkels darzustellen (vgl. Abbildung 6.21). Aus dem Abschnitt 6.2.1 ist die Mindestschmierfilmdicke h_{min} drehwinkelabhängig ermittelt worden und bildet somit Grundlage zur Bestimmung des Abstandsverhältnisses ξ und letztlich auch der des Reibwertverlaufes $\mu(\varphi)$.
$\mu_o, \mu_u(\varphi)$ Reibkennzahlen	Mit der Gleichung (6.21) sind die Reibwerte vom Feststoff- und Flüssigkeitsreibung jeweils auf den größt möglichen Reibwert bezogen worden. Damit wird eine dimensionslose Darstellung erreicht.

6.5 Reibwertfunktionen diskretisierter 3D-Flächenmodelle

Mit den Erkenntnissen der vorangegangenen Abschnitte erfolgt nun eine Übertragung der Vorgehensweise auf dreidimensionale Flächenausschnitte. Eine diskretisierte Darstellung von Kontaktbereichen auf Naben- und Hülsenflanke ist in der Abbildung 6.22 aufgezeigt. Diesen werden nun unterschiedliche Verteilungen (Abbildung 6.23) der einzelnen Werte unterstellt.

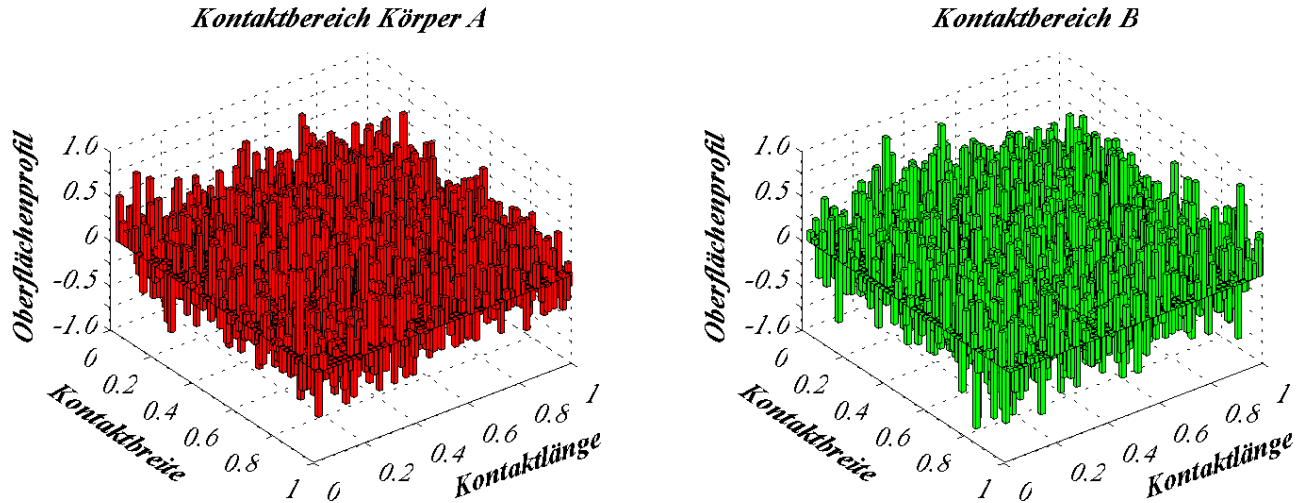


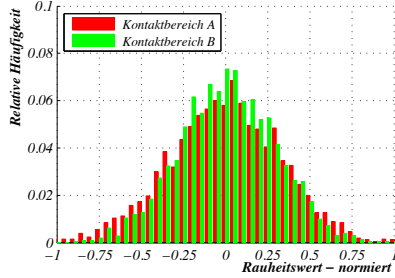
Abbildung 6.22: 3D Modell von diskretisierten Kontaktbereichen

Werte der *Verteilung* 01 weisen nahezu eine Normalverteilung auf. Daraus ergibt sich für die zu Grunde liegenden Flächen, dass die sehr stark von der idealen Oberfläche (Rauheitswert - normiert bei 0) abweichenden nur mit sehr geringer Häufigkeit auftreten. In der Abbildung 6.23b) sind die Verteilungen gegenläufig verschoben, so dass die am Häufigsten auftretenden Werte bei $-1/4$ bzw. $1/4$ zu finden sind. Um nun auch einmal Kontaktbereiche aufzuzeigen, die eine eher grobe Struktur haben, soll die *Verteilung* 03 dienen. Die Werte die am stärksten von der Idealkontur abweichen, treten dabei auch am häufigsten auf. Konträr dazu ist die Abbildung 6.23f) anzusehen, Abweichungen treten dabei lediglich mit sehr geringer Häufigkeit auf. Weiterhin sind zwei nahezu identische Kontaktflächen anhand der *Verteilung* 04 beschrieben. Welche der in der Abbildung 6.23 wiedergegebenen Verteilungen nun dem Kontaktbereich am nächsten kommt, ist von einer Vielzahl von Parametern abhängig und soll an dieser Stelle nicht Gegenstand der Untersuchung sein. Es soll aber der Einfluss der Verteilung auf die sich einstellende Reibwertfunktion herausgestellt werden. Dazu sind in der Abbildung 6.24 die Reibwertfunktionen in völliger Analogie zu dem Abschnitt 6.4.4, hier für dreidimensionale Kontaktbereiche, erarbeitet.

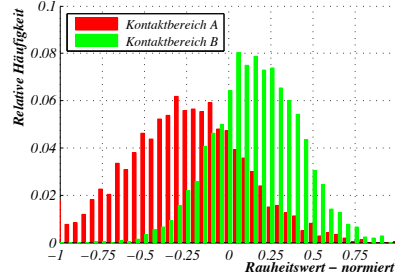
Zwei Reibwertfunktionen heben sich deutlich hervor: *Verteilung* 03 und 06. Beide sind vollkommen gegensätzlich und das zeigt auch die Abbildung 6.24. Bei einer Kontaktfläche die eine hohe Häufigkeit großer Abweichungen vom Mittelwert (Abbildung 6.23c)) aufweist, bleibt die Reibwertkennzahl im Mittelteil $0.3 \leq \xi \leq 0.7$ der Abbildung 6.24 weitestgehend konstant. Scheinbar an der Geraden $\mu/\mu_{Fest} = -\xi + 1$ gespiegelt, zeichnet sich die Reibwertfunktion der *Verteilung* 06 (Abbildung 6.23 ff.) ab. Eine rasante Änderung der Reibkennzahl findet in

einem kleinen Fenster ($0.4 \leq \xi \leq 0.6$) statt. Ursächlich dafür ist die Nähe der kontaktierten Flächen an der idealen Oberfläche nahezu ohne Fertigungsabweichungen.

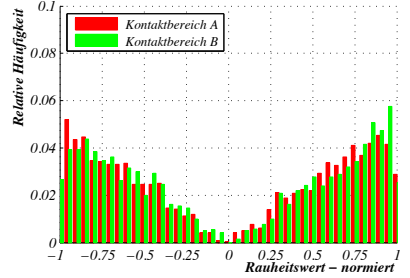
a) Verteilung 01



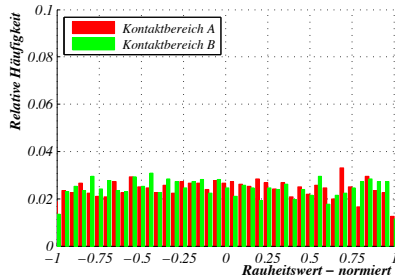
b) Verteilung 02



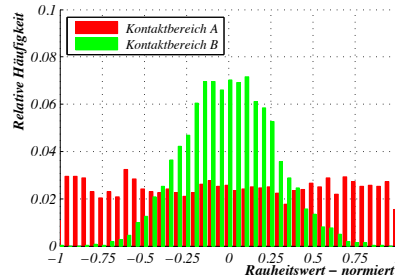
c) Verteilung 03



d) Verteilung 04



e) Verteilung 05



f) Verteilung 06

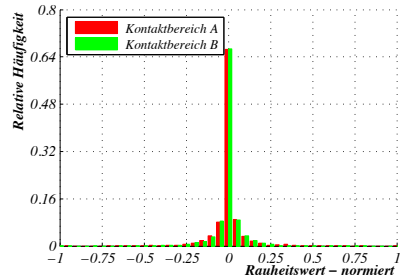


Abbildung 6.23: Verteilungsfunktionen der Oberflächenprofile der Abbildung 6.22

Alle restlichen *Verteilungen* (01, 02, 04 und 05) präsentieren einen im Wesentlichen gleichartigen Verlauf. Mit steigendem Abstandsverhältnis stellt sich ein degressives Verhalten der Reibkennzahl ein.

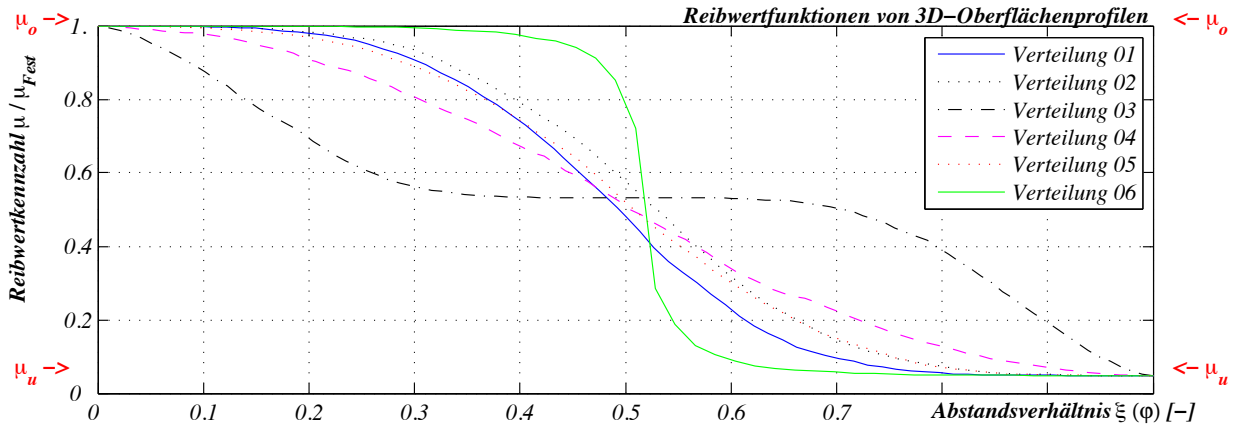


Abbildung 6.24: Reibwertfunktionen von Kontaktflächen mit den Verteilungen der Abbildung 6.23

Für die Anwendung des Berechnungsmodells zur Ermittlung des Reibwertes in Abhängigkeit zunehmender Annäherung der im Kontakt befindlichen Oberflächen können ohne das Vorhandensein von Rauheitsmessungen im Berührungsbereich in erster Näherung die nachstehenden Reibwertfunktionen angesetzt werden. Zum Einen wird ein linearer Verlauf $\mu_l(\xi, \varphi)$ in der

Gleichung (6.22) zwischen den Punkten $(0, \mu_o)$ und $(1, \mu_u)$ unterstellt. Demgegenüber steht der Zusammenhang der Gleichung (6.23), der wiederum stärker an den Reibwertfunktionen der Verteilungen der Abbildung 6.23 a), b), d) und e) angelehnt ist, $\mu_t(\xi, \varphi)$.

$$\mu_l(\xi, \varphi) = -f_\mu \cdot \xi(\varphi) + \mu_{Fest} \quad \text{mit} \quad f_\mu = \mu_{Fest} - \mu_{EHD}(\varphi) \quad (6.22)$$

$$\mu_t(\xi, \varphi) = 0.5(f_\mu \cos(\xi(\varphi) \cdot \pi) + \mu_{Fest} + \mu_{EHD}(\varphi)) \quad (6.23)$$

6.6 Einordnung und Abgrenzung der gewonnenen Ergebnisse mit vorherigen Arbeiten

Das erarbeitete Berechnungsmodell zur numerischen Beschreibung des instationären Reibwertes ist nachfolgend auf eine Verzahnung angewandt worden, die schon in [Heinz 77] Verwendung fand. Die Hauptverzahnungs- und Belastungsparameter sind in der Tabelle 6.4 zusammengestellt.

Tabelle 6.4: Hauptverzahnungs- und Belastungsparameter einer Verzahnung aus [Heinz 77]

Modul	m in $[mm]$	3
Zähnezahl	z in $[-]$	52
Eingriffswinkel	α_0 in $[\circ]$	20
Bombierungsradius	r_b in $[mm]$	78
Rauheitssumme	$\sum R_a$ in $[\mu m]$	1.25
Drehmoment	T in $[Nm]$	3800
Drehzahl	n in $[min^{-1}]$	4000
Schmierstoff	—	FVA-Öl Nr.2
Material	—	31CrMoV9 (gasnitriert)

Um eine Vergleichbarkeit zu gewährleisten, sind aus den instationären Reibwertverläufen $\mu(\varphi)$ Mittelwerte $\bar{\mu}$ gebildet worden. In der Abbildung 6.25 sind die Ergebnisse mit Messungen von [Heinz 77] gegenübergestellt.

[Beckmann 05] gibt unter Berufung auf die Untersuchungen von [Heinz 77] bzw. [Fleiss 77] und seine langjährige Erfahrung mit bombierten Zahnkupplungen den Zusammenhang der Gleichung (6.24) zur Ermittlung eines mittleren Reibwertes an.

$$\bar{\mu}_m = \mu_0 \cdot \sqrt[3]{\frac{12.5}{v_{gl\ max}}} \quad \text{mit} \quad 0.10 \leq \mu_0 \leq 0.14 \quad (6.24)$$

In der Arbeit von [Heinz 77] sind Reibungszustände und sich einstellende Reibbeiwerte von Zahnkupplungen in Theorie und Praxis untersucht worden. Für die Durchführung der experimentellen Untersuchungen konzipierte der Autor einen Zahnkupplung-Simulationsprüfstand,

der die Zahnkinematik und die kinematisch bedingte Zahnbelastung in Analogie zur Originalkupplung nachbildete. Eine Zahnmodellpaarung unterliegt dabei den betriebsnah nachempfundenen kinematischen Bedingungen. Die in die Zahnmodellpaarung eingetragenen Belastungen werden, ähnlich der hier benutzten Messanordnung, über 3-Komponenten-Kraftsensoren messtechnisch erfasst und in die Anschlusskonstruktion eingeleitet. Aus den erfassten Belastungen werden letztlich die Quotienten der entsprechenden Wirkrichtungen gebildet und somit der Reibwert bereitgestellt.

Die in dieser Arbeit aufgezeigte Methode zur Ermittlung des instationären Reibwertverlaufes gestattet anhand der Bildung des arithmetischen Mittels die Bereitstellung des mittleren Reibwertes. Nachfolgend findet eine Gegenüberstellung mit mittleren Reibwerten aus den beiden oben genannten Quellen statt. In der Darstellung 6.25 sind nunmehr Werte über dem Auslenkungswinkel aufgezeigt.

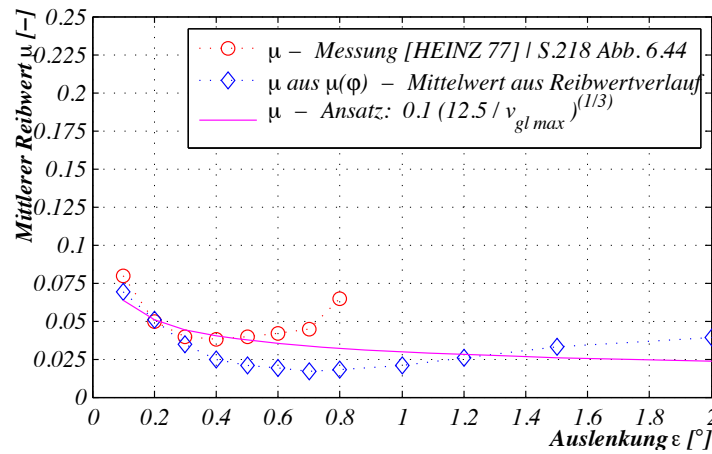


Abbildung 6.25: Mittlere Reibwerte

Es zeigt sich im Wesentlichen eine prinzipielle Übereinstimmung der Reibwerte insbesondere bei kleinen Auslenkungen. Mit wachsenden Gleitgeschwindigkeiten (Auslenkung steigt) stellen sich verbesserte Tribobedingungen ein. Lediglich bei den Messergebnissen von [Heinz 77] stellen vergleichsweise schnell anwachsende Werte heraus.

Übereinstimmend lässt sich jedoch eine Identität von der Größenordnung und der Charakteristik feststellen.

7 Axiale Rückstellkraft

Mit der Ermittlung des Tribozustandes ist eine wesentliche Voraussetzung geschaffen worden nunmehr die wirkende axiale Kraftwirkung numerisch zu formulieren. Aus der Lastverteilungsanalyse von [Bünder 00] sind die instationären Belastungen im Stirnschnitt auf der Zahnflanke bekannt. Basierend auf dem *Coulombschen* Reibgesetz erfolgt die Verknüpfung von wirkender Belastung und sich einstellendem Reibwert (Abschnitte 6.4 und 6.5). Damit einhergehend liegt ein enger Zusammenhang mit der auftretenden Gleitgeschwindigkeit vor. Dieser Zusammenhang ist ganz entscheidend für den Verlauf der Axialkraft.

Mit der Kenntnis der Axialkraft der einzelnen Zahnpaarungen gelingt dann letztlich die Ermittlung der auf die Lager wirkenden Kräfte. Auch eine Analyse der zeitlichen Veränderung dieser Belastungsgröße kann somit vorgenommen werden. Besonders interessant ist dies, da damit bewertet werden kann, ob aus dem stationären Betrieb der Zahnkupplung eine Anregung der Anschlusskonstruktion hervorgerufen wird.

7.1 Definition der axialen Rückstellwirkung

Aus dem zu übertragenden Drehmoment ergeben sich, wie schon in den vorangestellten Abschnitten aufgezeigt, instationäre Zahnnormalkräfte an den einzelnen Zahnpaarungen. Aus dieser äußeren Belastung geht somit eine Rückwirkung (Systemreaktion) auf die Anschlusskonstruktion hervor. Dazu ist in der Abbildung 7.1 ein Modell der axialen Kraftwirkung im Achsschnitt (vgl. Abbildung 3.2, Seite 6) dargestellt. Mit der Relativbewegung stellt sich eine Reibkraft ein, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist.

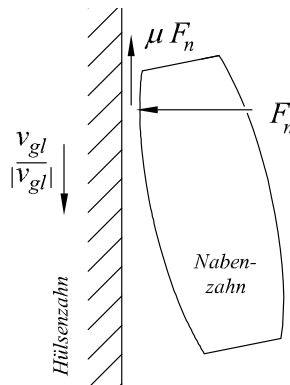


Abbildung 7.1: Axiale Rückstellwirkung einer Zahnpaarung im Achsschnitt

Anhand des *Coulombschen* Reibgesetzes (Gleichung (7.1) i.V.m. Abbildung 7.1) wird die Reibkraft an einer Zahnpaarung F_{axial} bestimmt. Diese Systemreaktion wirkt in Abhängigkeit der Belastungen wie Drehmoment, Drehzahl und Auslenkung.

$$F_{axial} = -\frac{v_{gl}}{|v_{gl}|} \cdot F_n \cdot \mu \quad (7.1)$$

Zur Ermittlung der axialen Kraftwirkung ist vornehmlich der Tribozustand zu analysieren, um den lokalen Reibwert bestimmen zu können. Für den örtlichen Reibwert (Tribozustand) im Kontaktbereich ist der Gleitreibungskoeffizient anzusetzen, da die Rückwirkungen im stationären Betrieb von Interesse sind und keine zusätzlichen Anfahrbelastungen ermittelt werden sollen.

Kommt es zu einer Relativbewegung zweier im Kontakt befindlicher Berührungsflächen, so muss ein Widerstand überwunden werden. Diese zusätzlich aufzubringende Kraft ist der Reibung zuzuschreiben. Die Größenordnung des Reibwertes ist eng mit dem tribologischen Zustand der Zahnpaarung verknüpft. Daher ist eine Unterteilung in drei unterschiedliche Bereiche vorgenommen worden, vgl. Abschnitt 6.1, Seite 30f.

Während des Betriebes einer Zahnkupplung können drei verschiedene Reibungszustände auftreten, Festkörperreibung, Mischreibung und reine Flüssigkeitsreibung (Abbildung 6.1, Seite 31). Ein Vergleich des Abstandes zwischen den idealisierten Zahnflankenoberflächen und den Rauheiten der Oberfläche im Kontaktpunkt liefert eine Aussage über den vorherrschenden Reibungszustand. Die Ermittlung des Reibwertes aus Abschnitt 6 auf den Seiten 30 ff. wird zur numerischen Beschreibung des Axialkraftverlaufes aufgegriffen.

7.2 Berechnung des Axialkraftverlaufes

Wie schon in dem Abschnitt 7.1 aufgezeigt, ist die axiale Rückstellwirkung eine der Gleitbewegungsrichtung entgegengerichtete Kraft, die zur Aufrechterhaltung der Relativbewegung erforderlich ist. Die Gleitgeschwindigkeit $v_{gl}(\varphi)$ ändert ihren Wert in Abhängigkeit des Drehwinkels und damit von der Zeit ($\varphi = \omega \cdot t$). Es findet demnach eine Oszillation des Gleitweges statt, der aus der Integration der Gleitgeschwindigkeit (Gleichung (5.1) auf Seite 19) hervorgeht, vgl. Abbildung 7.2.

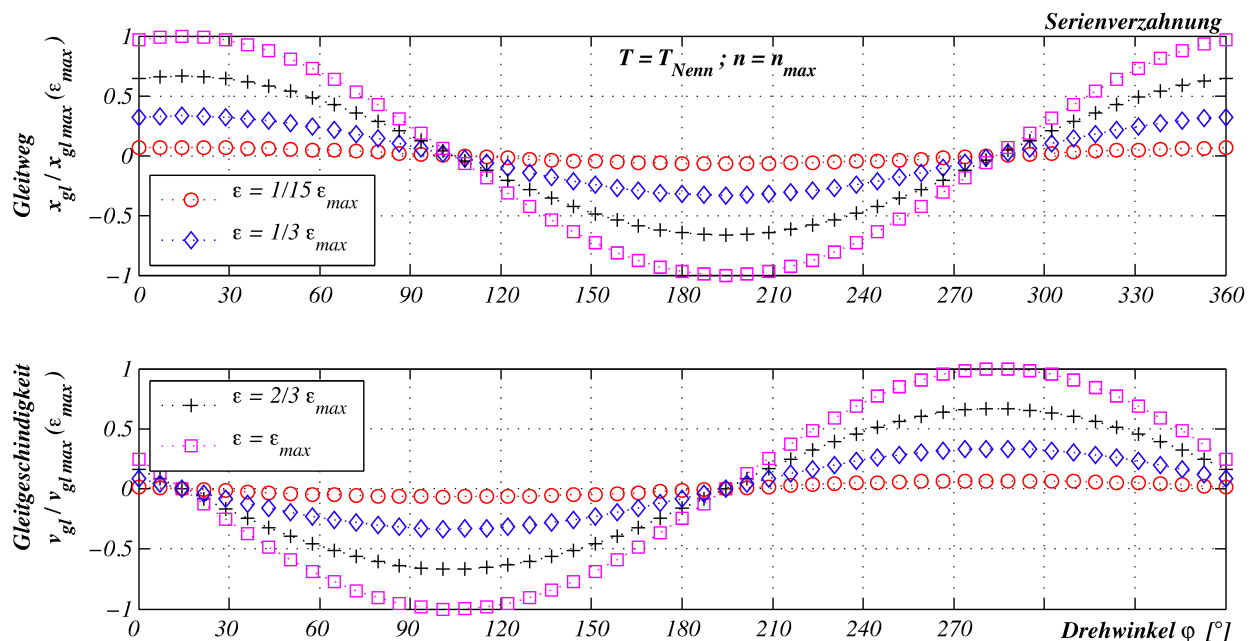


Abbildung 7.2: Gleitweg und Gleitgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Drehzahl

Ausgangspunkt bilden der Gleitweg bzw. die Gleitgeschwindigkeit infolge der axialen Kontaktpunktbewegungen. Diese sind in der Abbildung 7.3 exemplarisch dargestellt. Der Verlauf des Gleitweges erreicht unter einer Phasenverschiebung zu den Schwenkstellungsbereichen seine Extremwerte ($x_{gl\ max}$ und $x_{gl\ min}$). In diesem Bereich ist die Differenz der axialen Kontaktpunktkomponenten null, da der Nabenzahn gegenüber dem Hülsen Zahn verschwenkt ist und kein Gleiten auftritt. Die Kontaktkoordinate, die sich auf der Nabenflanke einstellt, ist abhängig von dem gewählten Bombierungsverhältnisses $\lambda = r_b/r_0$. Aufbauend auf den Betrachtungen von [Bünder 00] zur Gleitgeschwindigkeit kann die Phasenverschiebung gewonnen werden. Dazu wird der auftretende Phasenwinkel zwischen der Schwenkstellung (0° bzw. 180°) und dem Drehwinkel beim Nulldurchgang der Gleitgeschwindigkeit ($v_{gl}(\varphi_{v_{gl}\ 0}) = 0$) anhand der Gleichung (7.2) ermittelt.

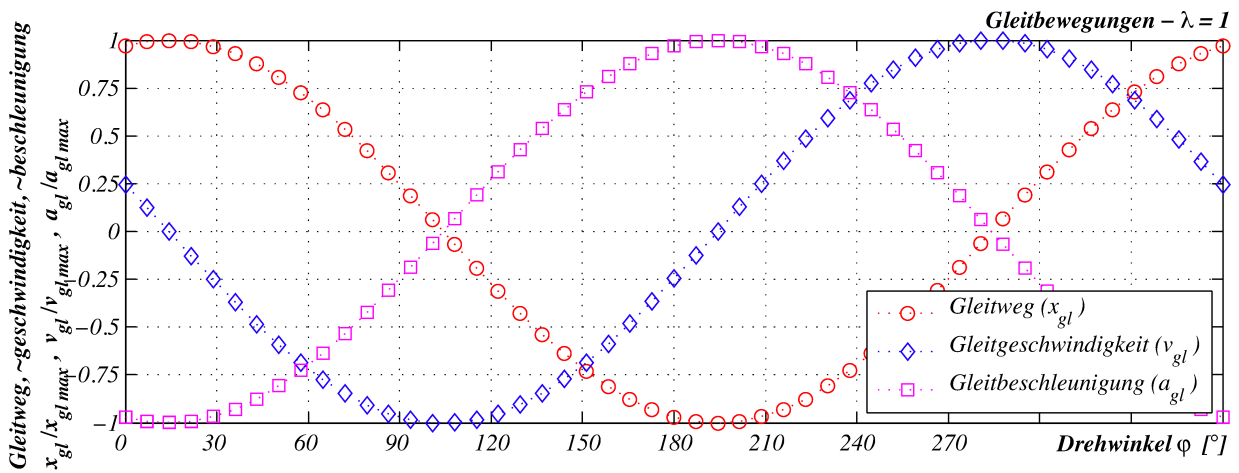


Abbildung 7.3: Gleitweg, ~geschwindigkeit und ~beschleunigung im Kontaktpunkt

$$\Delta\varphi_\lambda = \arctan\left(\frac{1.03 - \cos\frac{0.31}{\lambda}}{\sin\frac{0.31}{\lambda}}\right) \quad (7.2)$$

Das Auftreten der Phasenverschiebung beeinträchtigt nicht die Relationen zwischen Gleitweg und ~geschwindigkeit, da diese durch Differentiation ($\dot{x}_{gl} = v_{gl}$) bzw. Integration ($\int v_{gl} = x_{gl}$) ermittelt werden. Vor dem Nulldurchgang der Gleitgeschwindigkeit ($x_{gl} > 0$) sind die Kontaktkoordinaten der Nabe stets größer als die der Hülse. Bei einem Gleitweg mit negativem Vorzeichen ($x_{gl} < 0$) kehrt sich dieser Zusammenhang um. Ist $x_{gl} = 0$, weist der Gleitgeschwindigkeitsverlauf $v_{gl}(\varphi)$ seine Extremwerte (Umkehrpunkt, Richtungswechsel) auf.

In der Kupplungsverzahnung geht die axiale Rückstellkraft, entsprechend der Modellvorstellung in Abschnitt 7.1, aus der Relativbewegung (Gleitbewegung) der kontaktierten Oberflächen hervor. Demzufolge muss die Charakteristik des Axialkraftverlaufes mit der des Gleitweges übereinstimmen.

Die Größe der axialen Kraftwirkung wird mittels des *Coulombschen* Reibgesetzes (Abschnitt 7.1, Seite 58) unter Berücksichtigung der Bewegungsrichtung bereitgestellt. Mit der Abbildung 7.4

sind die Verläufe der einbezogenen Faktoren aufgezeigt. Im Kippstellungsbereich erfährt die Kraftkomponente ihren Maximalwert. Bei dem Reibwertverlauf hingegen ist eine Phasenverschiebung des Extremwertes zu beobachten. Ursächlich dafür ist der Einfluss der Gleitgeschwindigkeit bzw. der hydrodynamisch wirksamen Geschwindigkeit bei der Ermittlung dieser Größe (vgl. Abschnitte 6.2 ff.).

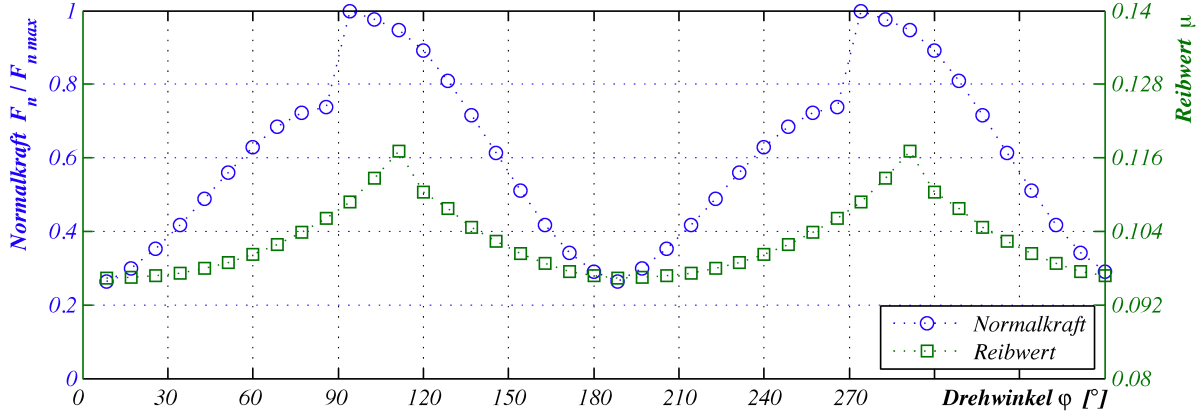


Abbildung 7.4: Beispielhafte Darstellung der Verläufe von Normalkraft und Reibwert

Das Produkt aus Reibwert und wirkender Normalkraft wird in der Abbildung 7.5 mit dem entsprechenden Gleitweg $x_{gl}(\varphi)$ über dem Drehwinkel wiedergegeben. Um 90° sind die Extremwerte zueinander verschoben. Zur Verwirklichung der Übereinstimmung beider Verläufe hinsichtlich ihrer Charakteristik werden Geltungsbereiche zur Berechnung der axialen Rückstellkraft definiert.

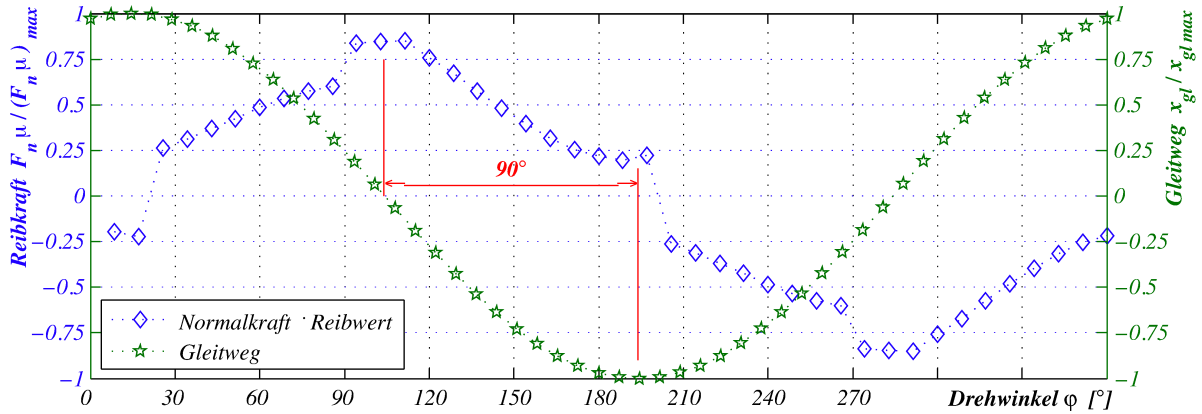


Abbildung 7.5: Reibkraft und Gleitweg (exemplarisch)

Zur Realisierung erfolgt eine Phasenverschiebung von Flankennormalkraft- und Reibwertverlauf um 90° . Damit entsteht für die axiale Rückstellkraft einer Zahnpaarung der Zusammenhang der Gleichung (7.3).

$$F_a(\varphi) = \frac{v_{gl}(\varphi)}{|v_{gl}(\varphi)|} \cdot F_n(\varphi_p) \cdot \mu(\varphi_p) \quad \text{mit} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_p = \varphi + 180^\circ : 0^\circ < \varphi \leq 270^\circ \\ \varphi_p = \varphi - 270^\circ : 270^\circ < \varphi \leq 180^\circ \end{array} \right\} \quad (7.3)$$

Aufbauend auf den Untersuchungen aus Abschnitt 6.4, in der die Ermittlung des Reibwertverlaufes vorgestellt wurde, findet nun die Berechnung der axialen Rückstellkraft statt. Nachfolgend werden nun die mit der Gleichung (7.3) erzielten Ergebnisse diskutiert. Die Abbildung 7.6 zeigt den rechnerisch ermittelten Axialkraftverlauf für einen exponierten Belastungsfall.

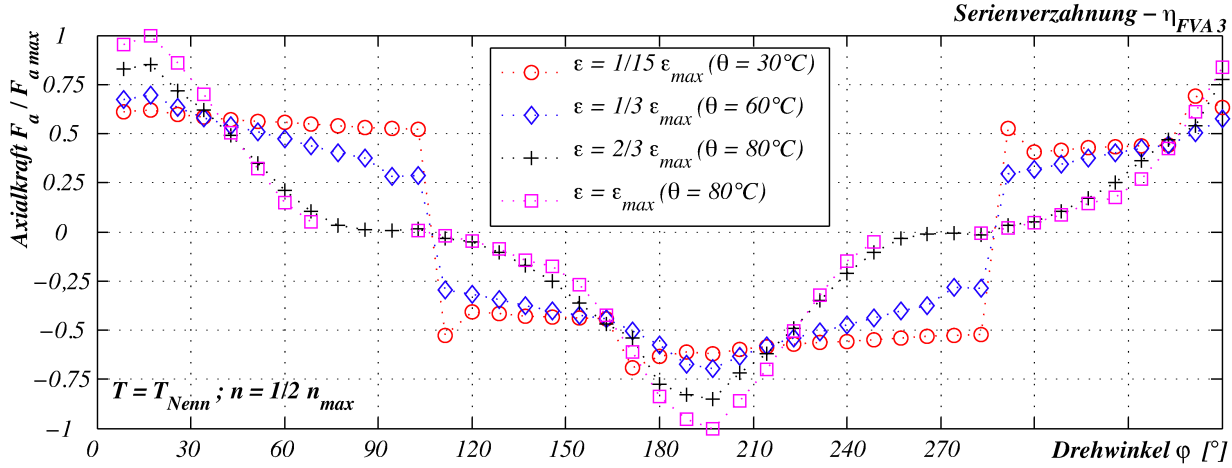


Abbildung 7.6: Axialkraftverlauf (abweichungsfrei) bei unterschiedlichen Auslenkungen

Mit Zunahme der Auslenkung steigen auch die Extremwerte der Axialkräfte. Begründet ist diese Charakteristik in dem Einfluss des Winkelversatzes auf die Normalkraft. Auf den Reibwert übt ein steigender Auslenkungswinkel eine reibwertreduzierende Wirkung aus (vgl. Abschnitt 6.4), in erster Linie hervorgerufen durch die steigende Schmierstofftemperatur. Die starke Abhängigkeit von der Viskosität und damit von der Temperatur des Schmiermittels ist vollkommen analog zu den schon im Abschnitt 6.4.4 gewonnenen Erkenntnissen.

Der Einfluss der Drehzahl auf die Axialkraft rührt lediglich aus der Beeinflussung des Reibwertverlaufes her, da die Flankennormalkraft unabhängig von diesem Belastungsparameter ist. Die Axialkräfte in Abhängigkeit des Drehwinkels sind unbedingte Voraussetzung, um die auf die Anschlusskonstruktion einwirkende axiale Summenrückstellkraft F_A berechnen zu können. Diese tritt jedoch nur dann auf, wenn die Verzahnung einer Fertigungsabweichung ($Q \geq 1$) unterliegt.

7.3 Axiale Summenrückstellkraft im stationären Betrieb

Die auf die Anschlusskonstruktion einwirkenden Rückstellkräfte F_A resultieren aus der Summe aller axialen Kräfte der gesamten tragenden Zahnpaarungen. Schließlich erfolgte eine Aufsummierung der axialen Kraftkomponenten entsprechend der Gleichung (7.4). Die Ergebnisse sind in der Abbildung 7.7 zusammengefasst, wobei zunächst $\varphi_i = 0^\circ$ konstant gehalten wurde.

$$F_A(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z F_a(\varphi_i) \quad (7.4)$$

Mit steigender Auslenkung sinkt die axiale Summenrückstellkraft F_A . In diesem Fall reduziert sich die Anzahl der an der Drehmomentenübertragung beteiligten Zahnpaarungen. Dieser

Zusammenhang muss nicht zwingend mit einer Reduzierung der Rückwirkung einhergehen. Vielmehr ist dies stark abhängig von den Teilungsfehlern der Verzahnungen. Wachsende Auslenkungen ziehen jedoch stets sinkende Reibwerte nach sich.

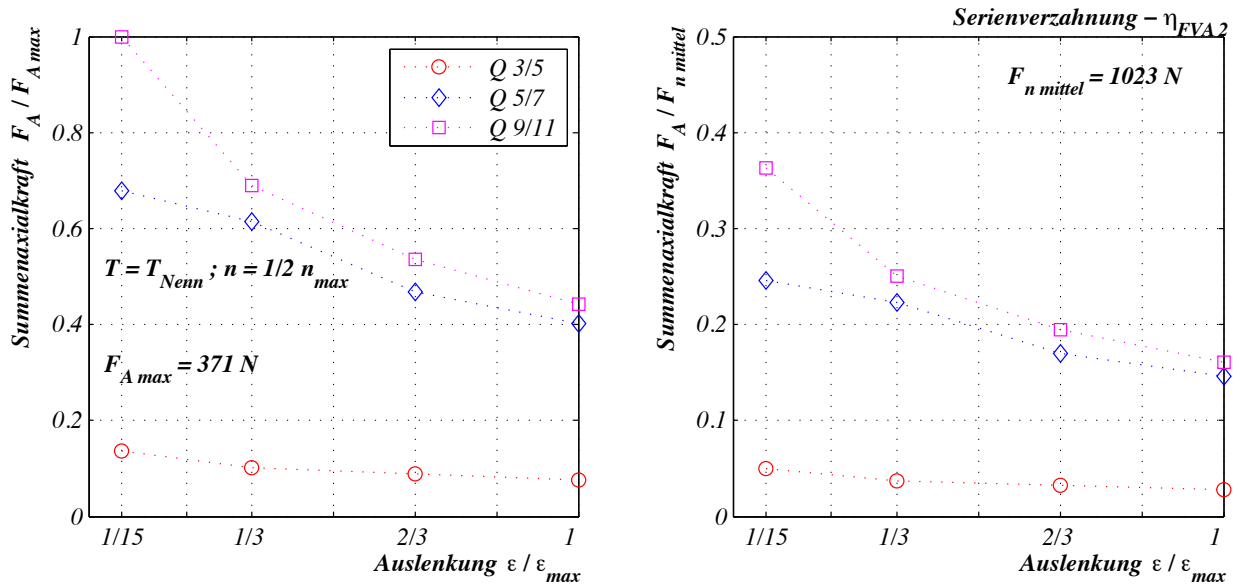


Abbildung 7.7: Auslenkungs-, und Qualitätseinfluss auf die Summenrückstellkraft $F_A(\varphi_i = 0^\circ)$ bei Verwendung des instationären Reibwertverlaufes $\mu(\varphi)$

Nicht unbeachtliche Effekte können anhand der Verbesserung von Verzahnungsqualitäten im Hinblick auf die entstehenden axialen Summenrückstellkräfte hervorgerufen werden. In der Abbildung 7.8 sind Summenrückstellkräfte $F_{A\ \mu}$ aufgezeigt, die unter Verwendung des mittleren Reibwertes $\mu_m = 0.05$ entsprechend der Gleichung (7.5) berechnet wurden.

Die Orientierung des Drehmomentes gibt Auskunft über die beanspruchten Flanken der Naben- und Hülsenzähne (rechte oder linke Flanke), die zur Übertragung herangezogen werden. Die Drehrichtung hingegen bestimmt Bewegungsrichtung des Kontaktpunktes und ist damit auch mit der Wirkrichtung der axialen Summenrückstellkraft gekoppelt. Die axiale Summenrückstellkraft variiert in Betrag und Richtung. Für die Bemessung der Anschlusskonstruktion ist daher der betragsmäßige Maximalwert heranzuziehen.

[Fleiss 77] setzte zur rechnerischen Ermittlung einen mittleren Reibwert $\mu_m = 0.2$ an. Dieser bietet eine vergleichsweise große Sicherheit gegenüber dem von [Heinz 77] empirisch ermitteltem Reibwert (vgl. Gleichung (6.24), Seite 56). Daher sind die wirkenden Summenrückstellkräfte der vorliegenden Arbeit mit denen aus [Fleiss 77] nicht unmittelbar vergleichbar. Darüber hinaus widmete sich [Fleiss 77] dem Verschiebewiderstand in axialer Richtung (Axialschub) infolge thermischer Ausdehnungen oder prozessbedingtem Axialausgleich. Die Charakteristik der Untersuchungsergebnisse kann hingegen uneingeschränkt bestätigt werden. Mit steigendem Drehmoment und/oder sinkenden Auslenkungswinkel gehen wachsende Axialkräfte einher.

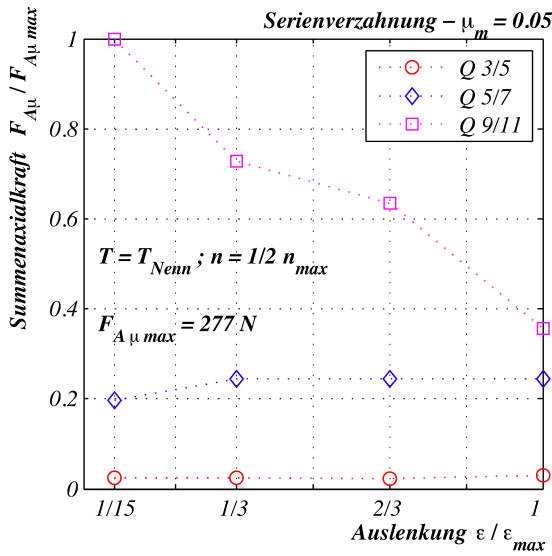


Abbildung 7.8: Summenrückstellkraft
 $F_{A\mu}(\varphi_i = 0^\circ)$
bei $\mu_m = 0.05$

Bei geringen Auslenkungen ($\epsilon < 1/3 \epsilon_{max}$) und hohen Fertigungsabweichungen ($Q9/11$) zeigen sich ebenfalls die größten Summenrückstellkräfte ($F_{A\mu}/F_{A\mu max} = 1$). Zu beachten gilt es hierbei, dass die Bezugsbasen ungleich groß sind $F_{A\mu max}/F_{A max} \approx 0.75$. Mit der Nutzung des mittleren Reibwertes μ_m werden, unter identischen Bedingungen (Belastungs- und Verzahnungsdaten), Werte ermittelt, die nur 3/4 des Betrages gegenüber der Verwendung des instationären Reibwertverlaufes $\mu(\varphi)$ aufweisen.

$$F_{A\mu}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z F_n(\varphi_i) \cdot \mu_m \quad (7.5)$$

7.4 Algorithmus zur Ermittlung der Axialkraft

Mit der Erarbeitung des Modells zur Formulierung der axialen Rückstellkräfte können die axialen Belastungen auf die Anschlußkonstruktion bereitgestellt werden. Dazu war es zunächst notwendig, den Tribozustand zu analysieren. Im Ergebnis der Abschnitte 6.1, 6.2 und 6.4 kann der drehstellungsabhängige Reibwert $\mu(\varphi)$ in Abhängigkeit der Verzahnungs- und Belastungsparameter formuliert werden.

Unter Hinzuziehung des *Coulombschen* Reibgesetzes ist mit den Darlegungen aus dem Abschnitt 7.2 die Berechnung des Axialkraftverlaufes durchführbar. Mit der Aufsummierung der axialen Zahnpaarkräfte ($F_a(\varphi)$), die aus dem Axialkraftverlauf vorliegen, ist eine Aussage hinsichtlich der Summenrückstellkraft F_A möglich. Dazu sind die nachstehenden Punkte erforderlich:

1. Ermittlung der Kontaktgeometrie (Abschnitt 5.2)
2. Bestimmung der Schmierspaltabmessungen nach der EHD-Theorie (Abschnitt 6.2)
3. Rechnerische Beschreibung des Reibwertes (Abschnitt 6.4)
4. Berechnung der axialen Rückstellkraft und der Summenrückstellkraft (Abschnitt 7.2).

In der Bearbeitung hat sich deutlich gezeigt, dass die Verwendung eines mittleren Reibwertes von $\mu_m = 0.05$, unter der Annahme eines vorwiegend hydrodynamischen Schmierzustandes, nicht in dem gesamten Betriebsbereich uneingeschränkt gilt. Bei vergleichsweise geringen

Auslenkungen ($\epsilon \leq 1/3 \epsilon_{max}$) und niedrigen Drehzahlen stellen sich vornehmlich höhere Reibwerte ein und es herrscht Mischreibung. Die Ausbildung von hydrodynamischen Schmierzuständen wird nur erreicht, wenn die Schmierfilmdicke der idealen Oberflächen größer ist als die Rauheiten der Kontaktpartner ($\xi(\varphi) > 1$). Um für die Ermittlung der Summenrückstellkraft F_A eine realitätsnahe Aussage zu erhalten, ist mit dem aufgezeigten Modell der stationäre Reibwert $\mu(\varphi)$ zu verwenden und nicht ein mittlerer Reibwert μ_m .

Dies bestätigt die Berechnungsvorschrift von [Bünder 00] zur Ermittlung der Gleitgeschwindigkeit bzw. des Gleitweges. Zur rechnerischen Ermittlung der axialen Rückstellreaktion (Summenrückstellkraft F_A) sind im Detail folgende Schritte notwendig:

1. Kontaktgeometrie

- (a) Ausgangspunkt ist das Kantentragen der Linienberührung entsprechend [Matthias 81], [Bünder 00] und [Neugebauer 03]
- (b) Beschreibung der Kontaktflächen $A_{Kant}(\varphi)$ nach Gleichung (5.32), Seite 29
- (c) $A_{Kant}(\varphi)$ ist die vom Schmierstoff beanspruchte Fläche und keinesfalls zur Berechnung der Pressung zu verwenden, da Beanspruchungserhöhung infolge Kantentragen nicht berücksichtigt werden würde

2. Schmierpaltabmessungen

- (a) Zentrale Schmierfilmdicke $h_0(\varphi)$ nach Gleichungen (6.5), Seite 35
- (b) Mindestschmierfilmdicke $h_{min}(\varphi)$ nach Gleichungen (6.3), Seite 34
- (c) Einbeziehung der Betriebsbedingungen: Gleichungen (6.6) und (6.8) i.V.m. Gleichung (6.11), Seite 37 ff.

3. Reibwertbestimmung

- (a) Flüssigkeitsreibwert $\mu_{EHD}(\varphi)$ nach Gleichung (6.15), Seite 42
- (b) Feststoffreibwert $\mu_{Fest} \rightarrow$ Tabellenwerte für Reibpaarung Stahl/Stahl (geschmiert), siehe [Czichos 92] o.ä.
- (c) Reibkennzahlen $\mu_u(\varphi)$ und μ_o nach Gleichung (6.21), Seite 50
- (d) Abstandsverhältnis $\xi(\varphi)$ nach Gleichung (6.1), Seite 31
- (e) Ermittlung des Traganteiles D in Abhängigkeit der Annäherung δ nach den Gleichungen (6.19) und (6.20), Seite 49
- (f) Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ durch Zuordnung der Reibkennzahlen ($\mu_u(\varphi)$ und μ_o) zu den jeweiligen Traganteilen D - siehe Abbildungen 6.18 und 6.20, Seite 50
- (g) Abstandsverhältnis $\xi(\varphi)$ nach Gleichung (6.1) in die Reibwertfunktion $\mu(\xi)$ der Abbildung 6.20 führt auf den stationären Reibwertverlauf $\mu(\varphi)$

4. Axiale Rückstellkraft

- (a) Axialkraftverlauf $F_a(\varphi)$ nach Gleichung (7.3), Seite 61
- (b) Summenrückstellkraft F_A nach Gleichung (7.4), Seite 62

7.5 Schwingungsanalyse der axialen Rückstellkraft

Die Ermittlung der axialen Summenrückstellkraft führt, nicht auf konstante Werte bei der Umdrehung einer Zahnkupplung. Hier soll eine ausgewählte Zahnpaarung 360° durchlaufen und dabei an diskreten Drehwinkeln φ_i die kumulierte Axialkraft aufgezeigt werden (Abbildung 7.9). Zu erkennen ist eine Symmetrie der ermittelten Werte, wobei jedoch ein Vorzeichenwechsel stattfindet. Lediglich ein Richtungswechsel der Bewegungsrichtungen zieht die Spiegelung nach sich.

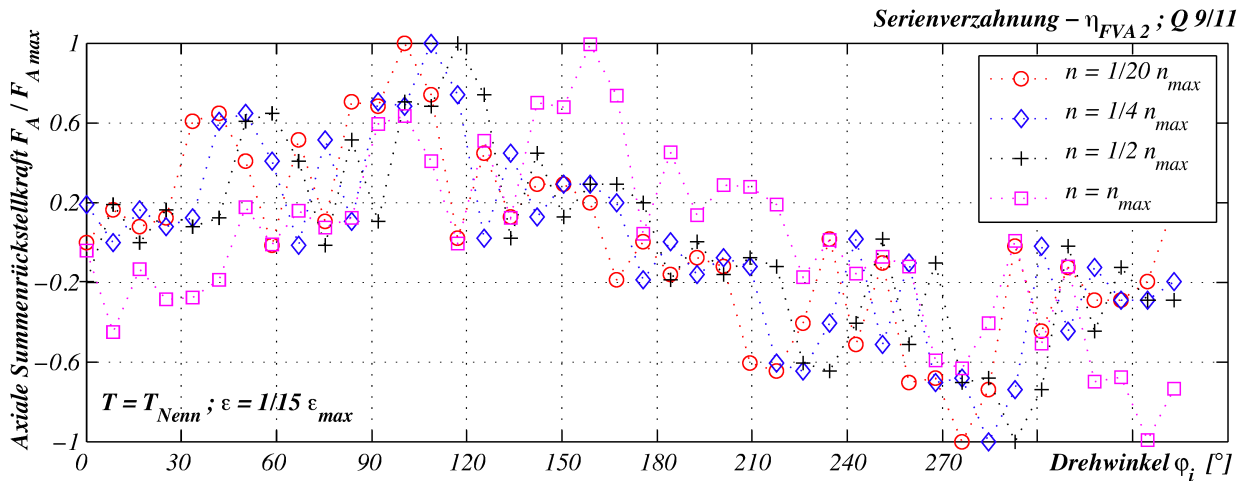


Abbildung 7.9: Summenrückstellkraft F_A bei Variation der Drehzahl n

Der augenscheinliche Informationsgehalt der Abbildung 7.9 beschränkt sich jedoch auf den auftretenden Maximalwert, der in die Bemessung der Anschlußkonstruktion einzubeziehen ist. Zur Erlangung weiterer Informationen über das Systemverhalten erfolgt eine Übertragung in den Frequenzbereich anhand der *Fourier*-Analyse.

Unter Verwendung der *Fourier*-Analyse kann eine Übertragung des periodischen Verhaltens in den Frequenzbereich erfolgen. Mit der Transformation des Zeitsignals ($\varphi = \omega \cdot t$) in den Frequenzbereich gelingt eine Aussage über Frequenz- und Amplitudenverteilung. Auf der Ordinate sind dabei die Amplituden der jeweiligen Kreisfrequenzen zugeordnet. Die auftretenden Frequenzanteile sind direkt ablesbar und die dynamischen Eigenschaften hinsichtlich der Torsionsschwingung der Kupplungsverzahnung sind somit aussagekräftiger aufbereitet.

$$\varphi = \omega \cdot t \quad \text{mit} \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad (7.6)$$

Aus der Berechnung ergeben sich lediglich z Werte (siehe Abbildung 7.9), die zur Überführung in den Frequenzbereich zur Verfügung stehen. Es gilt jedoch das Abtasttheorem zu berücksichtigen. Das beinhaltet die Abtastung mit mindestens der doppelten Maximalfrequenz. Diesem Umstand wird Rechnung getragen, indem von $F_A(\varphi_{z=1})$ eine Annäherung (siehe Abbildung 7.10) erfährt. Folglich ist Zeitdiskretisierung (Abtastung) in nahezu beliebiger Schrittweite Δt_s realisierbar. Mit der Approximation kommt es zur Vermeidung von Aliasing-Effekten im Frequenzspektrum.

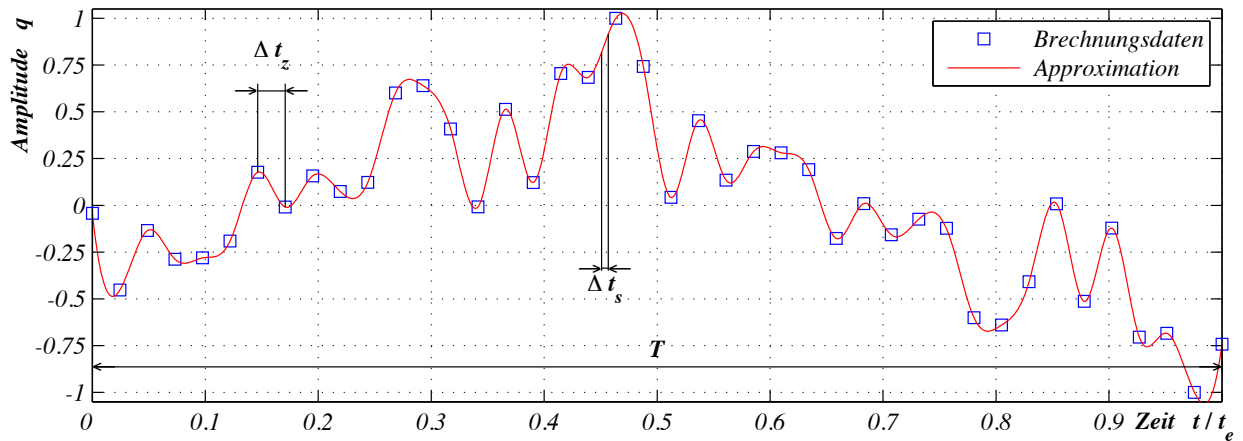
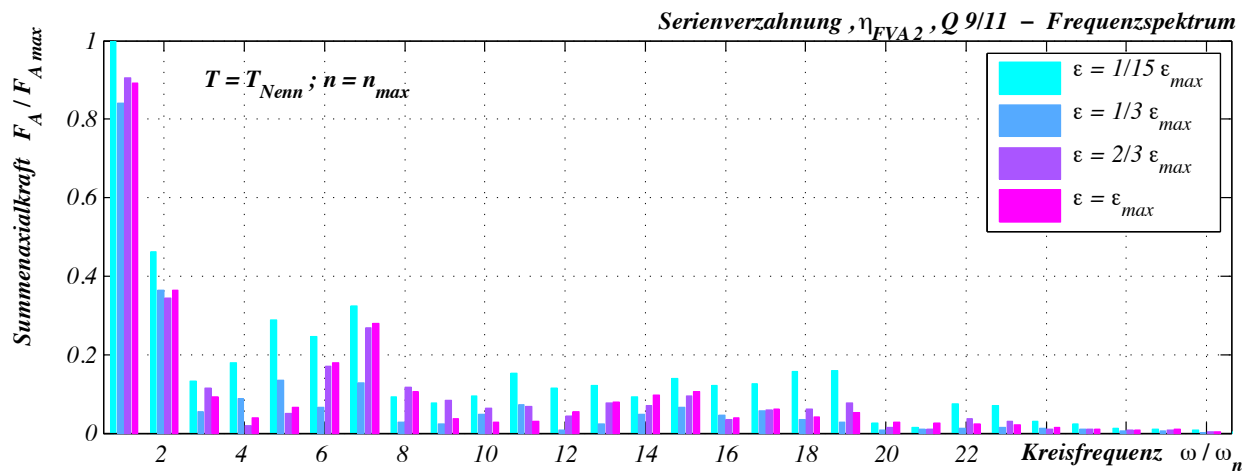


Abbildung 7.10: Schematische Darstellung der Annäherung der berechneten Daten mit einem Polynom höherer Ordnung

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Anwendung der *Fourier*-Analyse ist die Vermeidung des Leakage-Effekts. Dieser entsteht aus der möglichen Abschneidung der zu analysierenden periodischen Daten und führt auf das Auftreten zusätzlicher Frequenzkomponenten. Begegnet wird diesem Sachverhalt durch die Verwendung von Fensterfunktionen (*Hamming*, von *Hann*, *Gauss* etc.). Bei den hier berechneten Werten ist dies nicht erforderlich, da stets eine exakte Umdrehung zu Grunde gelegt wird.

Zunächst ist zu erkennen, dass die größte Amplitude mit der Anregungsfrequenz (bestimmt durch die Drehzahl) hervorgerufen wird. Überlagert wird dies von weiteren ganzzahligen Frequenzanteilen, die aus den Fertigungsabweichungen resultieren. Aufgezeigt wird dabei zunächst die Wirkung von dem Belastungsparameter Auslenkung. Gegenübergestellt werden unterschiedliche Auslenkungen in der Abbildung 7.11a), was eine Veränderung in den Amplituden der einzelnen Frequenzanteile bewirkt. Wohingegen die Variation der Drehzahl (Abbildung 7.11b)) nur eine untergeordnete Auswirkung auf die Amplituden hat. Da in beiden Darstellungen der Verzahnung eine identische Fertigungsabweichung unterstellt wurde, gleichen sich die Frequenzanteile im Wesentlichen. Der ausschlaggebende Parameter zur gezielten Manipulation des Systemverhaltens ist einmal mehr die Fertigungsqualität. Dieser Zusammenhang ist nicht unerwartet, da die Rückstellreaktion letztlich aus der Störung der Symmetrie und die wiederum aus dem Fertigungsprozess hervorgeht.

a) Auslenkungseinfluss



b) Drehzahleinfluss

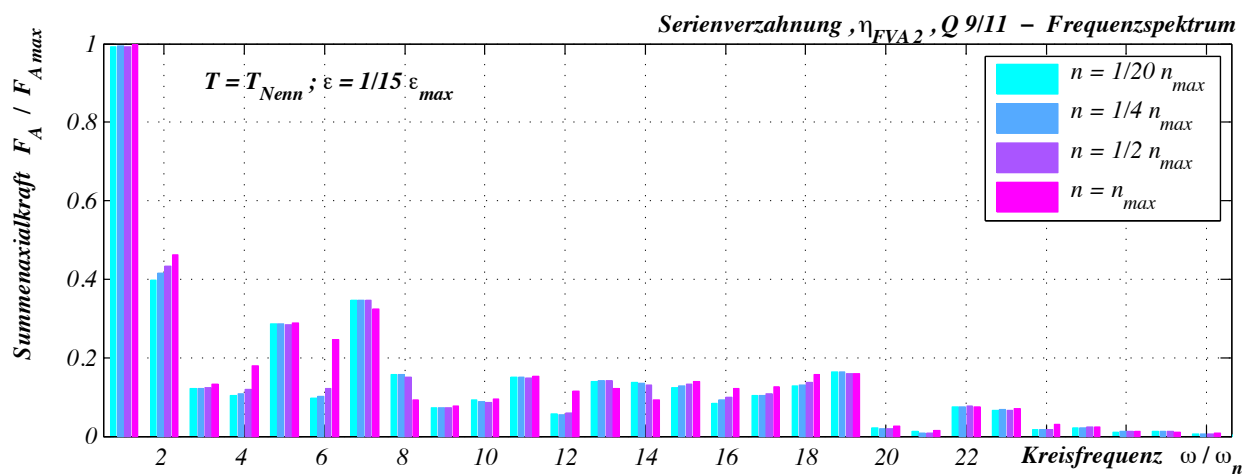


Abbildung 7.11: Frequenzspektren in Abhängigkeit der Auslenkung und der Drehzahl

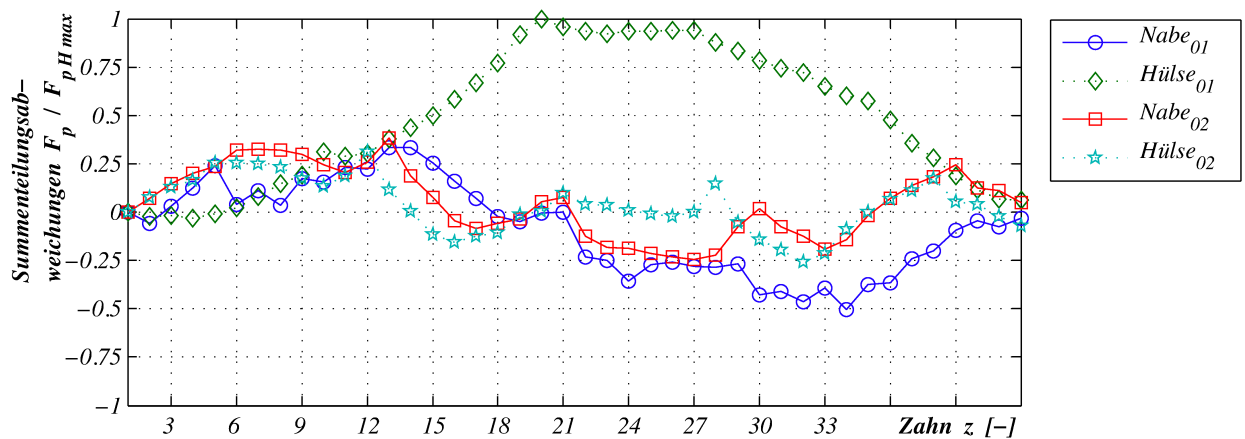


Abbildung 7.12: Summenteilungsabweichung zweier exponierter Steckvarianten

Es werden nun zwei Verzahnungen (Steckvarianten) miteinander verglichen. In der Abbildung 7.12 sind die Summenteilungsabweichungen aufgezeigt. Dabei sind die Abweichungen der *Kupplung* 02 eng an der Abszisse orientiert. Die Symmetrie erfährt eine weitaus geringere Störung als das bei der gegenübergestellten Variante der *Kupplung* 01 der Fall ist. Beide Verzahnungsabweichungen basieren auf einer Fertigungsqualität von $Q7/9$.

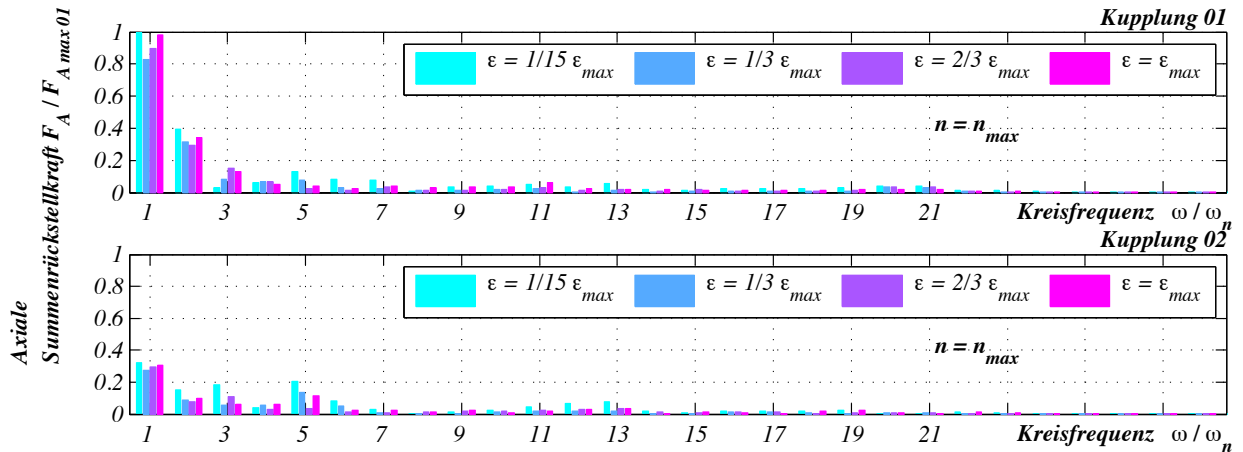


Abbildung 7.13: Frequenzspektren der *Kupplung* 01 und 02

Entsprechend der gewählten Steckvarianten stellen sich in der Abbildung 7.13 verschiedenartig große Amplituden ein. Eine vorteilhafte Positionierung führt auf eine starke Herabsetzung in der Wirkung aus dem schwingungstechnischen Verhalten der Verzahnung. Gleiche Effekte sind erreichbar mit einer Verbesserung der Fertigungsqualitäten.

Schon in der Arbeit von [Fleiss 77] wird darauf verwiesen, dass durch Minimierung des Zahnspiels nachteilige Folgeerscheinungen bei Torsionsschwingungen vermieden werden können. Bislang wurden derartige Wirkungen lediglich experimentell nachgewiesen.

8 Verhalten radialer Kraftwirkungen

Die Kinematik der Kupplungsverzahnung und insbesondere unvermeidbare Teilungsfehler führen zu ungleichmäßiger Belastung der einzelnen Zahnpaarungen. Nicht nur die unmittelbar an der Drehmomentübertragung beteiligten Tangentialkräfte erfahren eine Störung in ihrem symmetrischen Verlauf, sondern eben auch die damit eng verknüpften Radialkräfte. Mit den Untersuchungen von [Fleiss 77] wurde darin schon die Entstehung einer resultierenden Radialkraft erkannt, die eine zusätzliche Anregung (Unwucht) bzw. eine Verlagerung der Hülse gegenüber der Nabe herbeiführt.

Radialkräfte, die sich infolge hoher Zentrifugalkräfte (Aufweitung der Hülsenverzahnung) einstellen, werden hier nicht betrachtet. Vor dem Hintergrund, dass das dynamische Verhalten der Kupplungsverzahnung vorhersagbar ist, gilt es nachfolgend die radialen Kraftwirkungen eingehend zu analysieren.

8.1 Kraftwirkungen im Stirnschnitt

Tangential- und Radialkraft befinden sich in einer Ebene (Stirnschnitt, vgl. mit Abbildung 3.2 auf Seite 6) und sind anhand des Eingriffswinkels α miteinander verbunden. Die wirkenden Kräfte am Zahn sind schon in dem Abschnitt 3 aufgezeigt worden. Dazu kann die Abbildung 3.3 (Seite 7) zur Verdeutlichung herangezogen werden.

$$\cos(\alpha(r)) = \frac{\cos \alpha_0 \cdot r_0}{r} \quad \text{mit} \quad r_0 - m \leq r \leq r_0 + m \quad (8.1)$$

$$\frac{F_n}{F_t} = \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)} \quad (8.2)$$

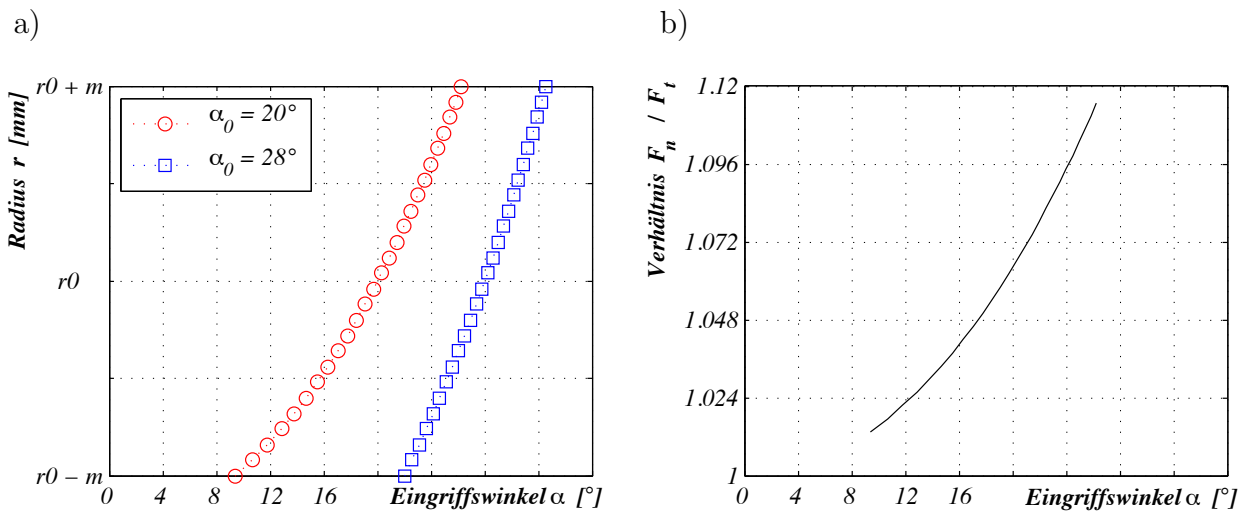


Abbildung 8.1: a) Eingriffswinkel über der Zahnhöhe (Fußkreis bis Kopfkreis) nach Gleichung (8.1) und b) das Verhältnis $\frac{F_n}{F_t}$ nach Gleichung (8.2)

Der Eingriffswinkel ist in Zahnhöhenrichtung keineswegs als konstant anzusehen. Basierend auf der Gleichung (8.1) kann die Abhängigkeit von dem Radius aus der Abbildung 8.1a) für zwei

konkrete Eingriffswinkel im Teilkreis ($\alpha_0 = 20^\circ$ und $\alpha_0 = 28^\circ$) entnommen werden. Darin ist der mögliche Bereich auftretender Eingriffswinkel dargestellt, um dann mit der Gleichung (8.2) das Verhältnis von Normal- und Tangentialkraft im Stirnschnitt aufzuzeigen, Abbildung 8.1b). Es geht hervor, dass die radiale Komponente ($F_t \cdot \tan(\alpha)$) nicht zu vernachlässigen ist. Für weitere Betrachtungen über die Kräfte im Stirnschnitt hinaus, ist die Verwendung der Normalkraft aus der vektoriellen Addition zwingend erforderlich.

Für die Eingriffswinkel stellen sich somit die nachstehenden Geltungsbereiche ein.

$$9,3 \leq \alpha \leq 26,3 \quad \text{bei } \alpha_0 = 20^\circ \quad (8.3)$$

$$22,0 \leq \alpha \leq 32,5 \quad \text{bei } \alpha_0 = 28^\circ \quad (8.4)$$

8.2 Zerlegung der Radialkraft und Ermittlung der resultierenden radialen Summenrückstellkraft

Ausgangspunkt zur Ermittlung der radialen Summenrückstellreaktionen $F_R(\varphi)$ bildet einmal mehr die Lastverteilungsanalyse. Basierend auf diesen Erkenntnissen ist dazu in der Abbildung 8.2 die Radialkraft über dem Drehwinkel aufgetragen. Gegenübergestellt wird eine Verzahnung ohne Fertigungsabweichungen mit weiteren Verzahnungen unterschiedlicher Verzahnungsqualitäten. Aufgrund des symmetrischen Aufbaues einer Kupplungsverzahnung mit einer geraden Anzahl von Zahnpaarungen weisen abweichungsfreie (ideale) Verzahnungen keine radiale Summenrückstellkraft auf. Infolge der fertigungsbedingten Störungen der idealen Flankenkontur entstehen Zahnkräfte, die von der eines idealen Zahnes abweichen. Dieser Zusammenhang ist in der Abbildung 8.2 aufgezeigt. Die Verläufe sind auf die maximale Radialkraft der abweichungsfreien Verzahnung bezogen. Somit sind die aus der Fertigung der Verzahnung herrührenden Abweichungen auf die Radialkraft deutlich zu erkennen.

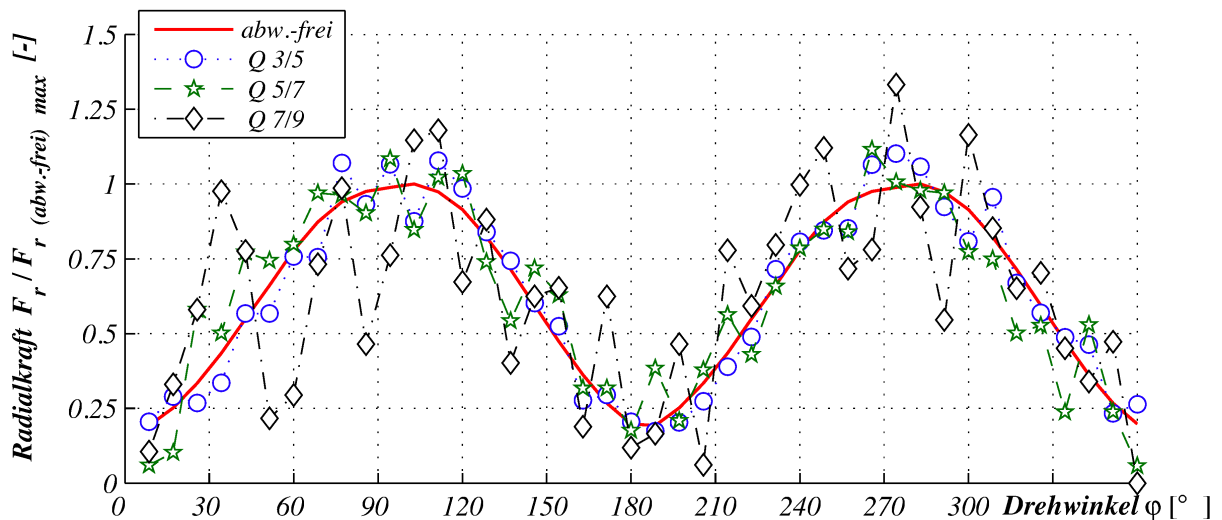


Abbildung 8.2: Stationäre radiale Rückstellkraft $F_r(\varphi)$ am Einzelzahn

Für die Betrachtung der radialen Summenrückstellkraft ist eine Aufspaltung in den horizontalen und vertikalen Bestandteil vorzunehmen. Die Anteile der jeweiligen Wirkrichtung sind abhängig von der Drehstellung der Zahnpaarung. Verdeutlicht wird dies in den Abbildungen 8.3 und 8.4. Eine Ermittlung der Vertikalkomponente der Radialkraft F_{rv} wird mittels der Gleichung (8.5) vorgenommen. In Analogie dazu findet die Berechnung des horizontalen Anteils F_{rh} durch die Gleichung (8.6) statt. Jede Zahnpaarung weist in Abhängigkeit des vorliegenden diskreten Drehwinkels φ_i eine zerlegbare Radialkraft auf.

$$F_{rv}(\varphi_i) = F_r(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) \quad (8.5)$$

$$F_{rh}(\varphi_i) = F_r(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_i) \quad (8.6)$$

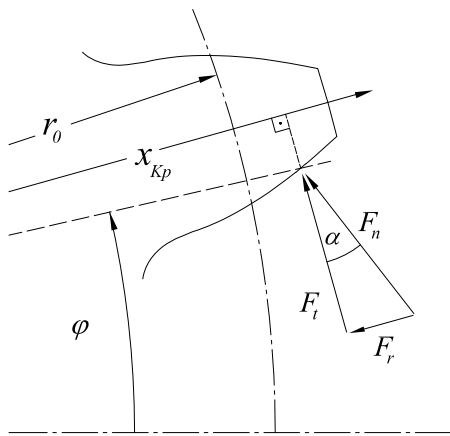


Abbildung 8.3: Bezeichnungen und Benennung der am Zahn wirkenden Kräfte

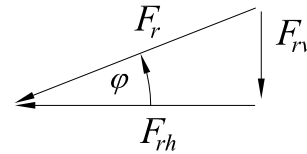


Abbildung 8.4: Zerlegung der Radialkraft F_r in eine vertikale F_{rv} und eine horizontale Radialkraftkomponente F_{rh}

Mit der Aufsummierung stehen nun die auftretenden radialen Summenkräfte der entsprechenden Wirkrichtung fest, vgl. Gleichungen (8.7) und (8.8). Es gilt hierbei zusätzlich zu beachten, dass die Rückstellkraft keinesfalls als konstant aufzufassen ist. Bei idealen Verzahnungen sind $F_{Rv} = F_{Rh} = 0$, wohingegen unter Einbeziehung von Fertigungsabweichungen jeder Zahnpaarung ein zusätzlich verändertes Tragverhalten zu zuordnen ist. Eine konkrete Zahnpaarung hat also eine volle Umdrehung vorzunehmen und in jeder Drehstellung ($0^\circ < \varphi_i \leq 360^\circ$) wird eine Aufsummierung entsprechend der Gleichungen (8.7) und (8.8) vorgenommen. So erhält man für jede Position einer gewählten Zahnpaarung eine radiale Rückstellreaktion in vertikaler und horizontaler Richtung.

$$F_{Rv}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z F_{rv}(\varphi_i) \quad \text{mit} \quad 0^\circ < \varphi_i \leq 360^\circ \quad (8.7)$$

$$F_{Rh}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z F_{rh}(\varphi_i) \quad (8.8)$$

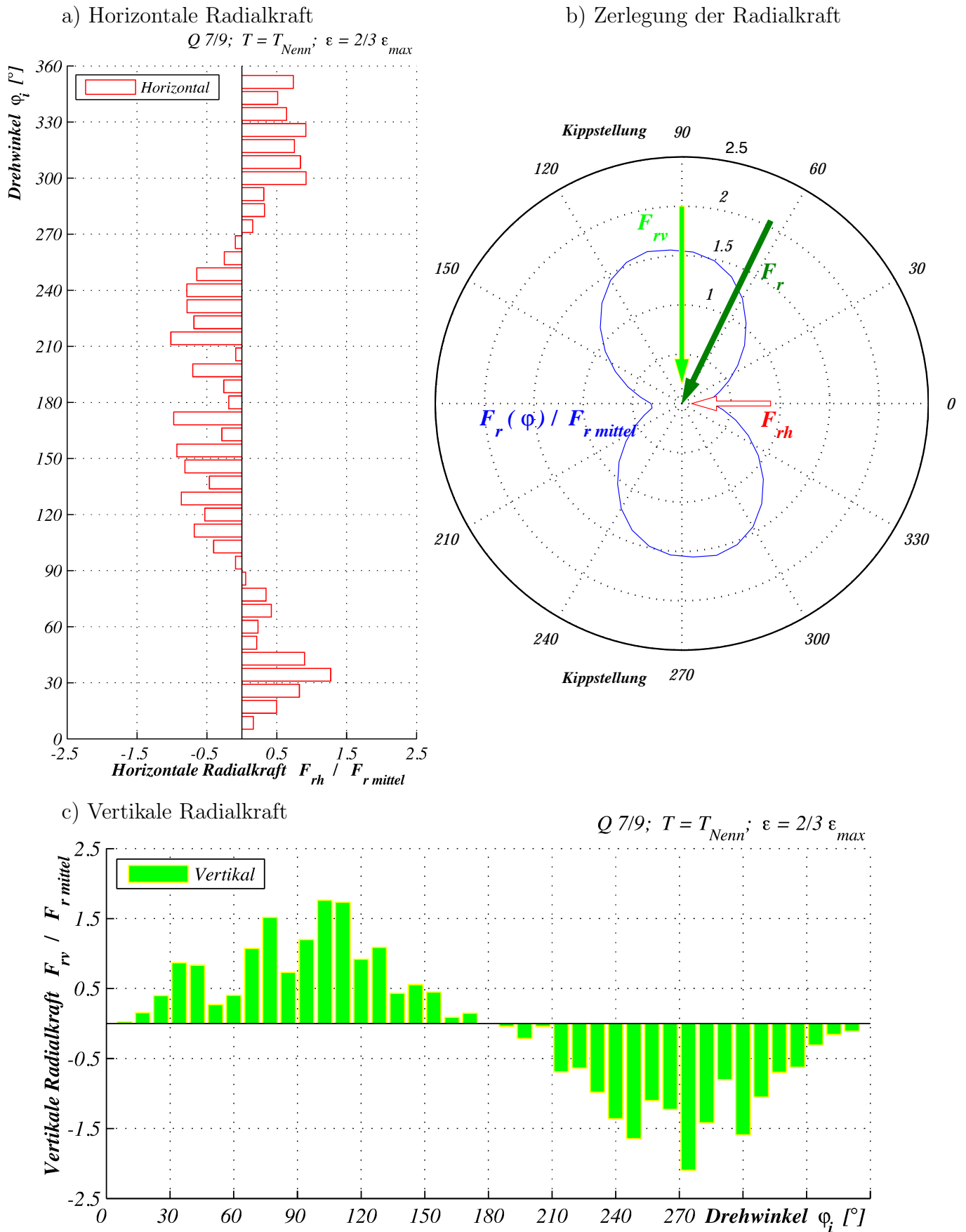


Abbildung 8.5: Zerlegung der Radialkraft

Mit Kenntnis der resultierenden radialen Summenrückstellkraft, die sich aus der vektoriellen Addition (Gleichung (8.9)) ergibt, kann dann auch die Wirkrichtung (Gleichung (8.10)) ermittelt werden. Die Definition des Winkels φ_{F_R} ist nicht unmittelbar an den Drehwinkel φ gekoppelt, sondern stellt zunächst den zwischen der vertikalen und der resultierenden Komponente eingeschlossenen Bereich dar (Abbildung 8.5). Demzufolge ist eine Anpassung in Anlehnung bezüglich des Drehwinkels vorzunehmen (Gleichung (8.10) und Abbildung 8.4b)). Dabei zeigt die radiale Summenrückstellkraft stets in den Koordinatenursprung, vgl. Abbildung 8.6 - $\varphi_{F_R}(\varphi_i = 60^\circ) = 291^\circ$.

$$F_R(\varphi_i) = \sqrt{F_{Rv}(\varphi_i)^2 + F_{Rh}(\varphi_i)^2} \quad (8.9)$$

$$\varphi_{F_R}(\varphi_i) = \arctan\left(\frac{F_{Rh}(\varphi_i)}{F_{Rv}(\varphi_i)}\right) + \begin{cases} 90 & F_{Rv} > 0 \\ 270 & F_{Rv} < 0 \end{cases} \quad (8.10)$$

Anhand einer exponierten Zahnpaarung (Abbildung 8.6 in der polaren Darstellung mit „★“ gekennzeichnet bei $\varphi_i = 60^\circ$) der abweichungsbehafteten Verzahnung durchläuft den gesamten Drehwinkelbereich. Dabei wird bei jedem diskreten Drehwinkel die radiale Summenrückstellkraft und dessen Wirkrichtung anhand der vorangestellten Gleichungen ermittelt.

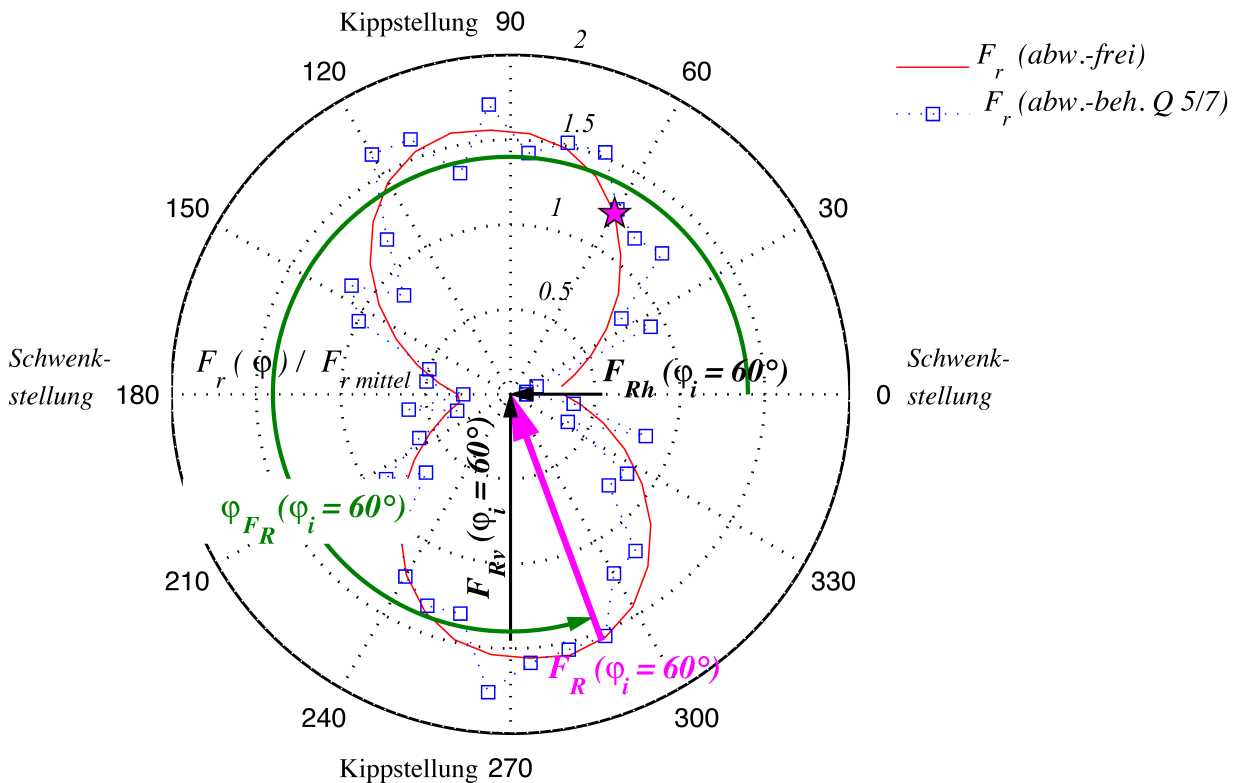


Abbildung 8.6: Radiale Rückstellkraft $F_r(\varphi)$ in polarer Darstellung und radiale Summenrückstellkraft $F_R(\varphi_i = 60^\circ)$ bei $\varphi_{F_R} = 291^\circ$

Die errechneten Werte sind auf die mittlere Radialkraft $F_{r\text{mittel}}$ (Gleichung (3.6) auf Seite 9) bezogen. Diese liefert eine Orientierung hinsichtlich der auftretenden Größenordnung.

Ein symmetrischer Verlauf infolge des kinematisch bedingten Flankenabstandes stellt sich nicht ein. Ursächlich dafür ist die Einbeziehung der Fertigungsabweichungen. Jeder Zahnpaarung liegt ein individueller Teilungsfehler zu Grunde.

Alle Werte weisen ein positives Vorzeichen auf. Finden jedoch die Wirkrichtungen in die Betrachtung Eingang, so ist festzustellen dass lediglich die Vorzeichen gleichgerichtet sind. Von dem Blickpunkt eines nicht rotierenden Koordinatensystems (z. Bsp. Lagerkoordinatensystem) weisen die radialen Summenrückstellkräfte wechselnde Vorzeichen auf. Dieser Aspekt ist von nicht unerheblicher Bedeutung bei der Untersuchung im Frequenzbereich.

Sollten Bemühungen zur Reduzierung der maximal auftretenden Summenradialkräfte erforderlich werden, so ist auch an dieser Stelle die Analyse der Steckvariante als probates Mittel anzusehen. Dies ist schon im Abschnitt 4 (Seite 16) ausführlich behandelt worden. Tangential- und Radialkraft sind eng miteinander verknüpft. Folglich erzielen Modifikationen der Steckvariante gleichartige Effekte. Somit wird auf eine explizite Darstellung verzichtet und auf den benannten Abschnitt verwiesen.

Mit der Abbildung 8.7 wird der Einfluss der Fertigung (analog Steckvariante) deutlich. Es zeigt auch das erhebliche Potential, das in der Verbesserung der Fertigungsgüte liegt. Aus steigenden Qualitätsklassen (wachsende Fertigungsfehler) gehen in der Betrachtungen nicht nur sich erhöhende Amplituden hervor, sondern stellen sich eben auch zunehmende Schwankungen der Beträge ein.

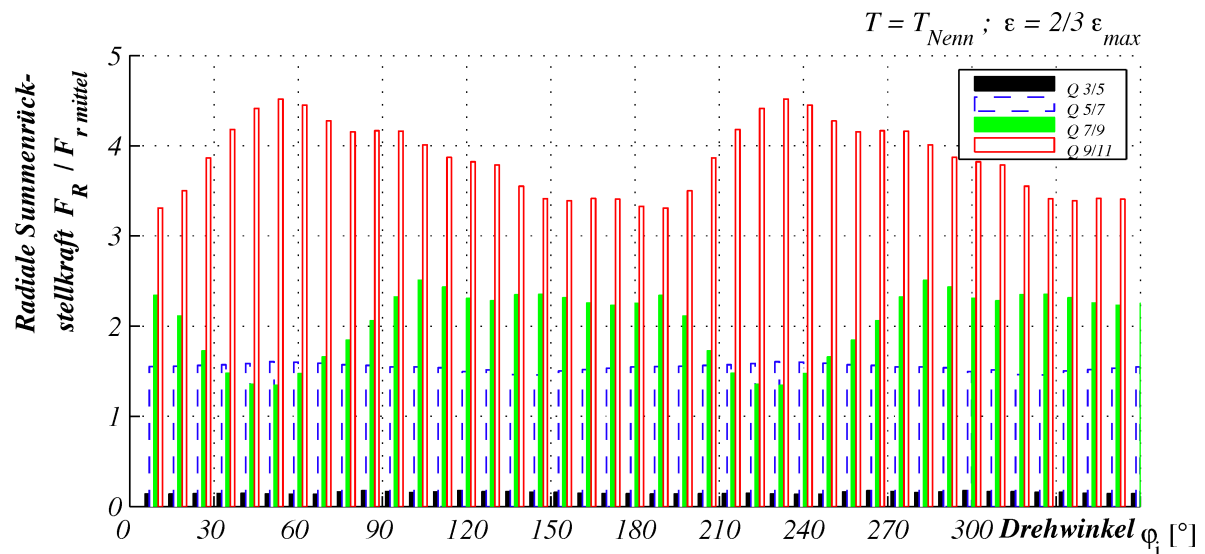


Abbildung 8.7: Radiale Summenrückstellkraft bei einer vollen Umdrehung

Durch die Abbildung 8.8 sollen die Wirkungen von Drehmoment (oben) und Auslenkungswinkel (unten) analysiert werden. Bei dem Vorliegen der Nennbelastung sind die radialen Summenrückstellkräfte nahezu konstant. Infolge herabgesetzter Drehmomente weisen die Berechnungsergebnisse zunehmende Schwankungen auf. Die Ursache hierfür ist in der Lastaufteilung zu suchen. Mit der Reduzierung des Drehmoments geht eine tendenzielle Herabsetzung der tragenden Zahnpaarungen und der Belastungen einher. Folglich schlägt sich dies auch in der Ermittlung der radialen Summenrückstellkraft nieder.

In gleicher Weise, nur weitaus signifikanter, ist die Wirkung des Auslenkungswinkels. Sinkende Drehmomente und steigende Auslenkungswinkel ziehen eine Verringerung der tragenden Zahnpaarungen nach sich. Sind weniger Zahnpaarungen an der Drehmomentübertragung beteiligt, so ist die Wichtung der einzelnen durch die vorzeichenbehafteten Teilungsabweichungen beeinflussten Zahnkräfte um so stärker in der Kumulation. Weniger vorzeichenbehaftete Werte zu addieren erzeugen größere Schwankungen, als dies bei einer wesentlich höheren Anzahl zu erwarten ist. Verzahnungen die vergleichsweise wenig tragende Zahnpaarungen aufweisen, neigen stärker zu wechselnden Beträgen der radialen Summenrückstellkraft.

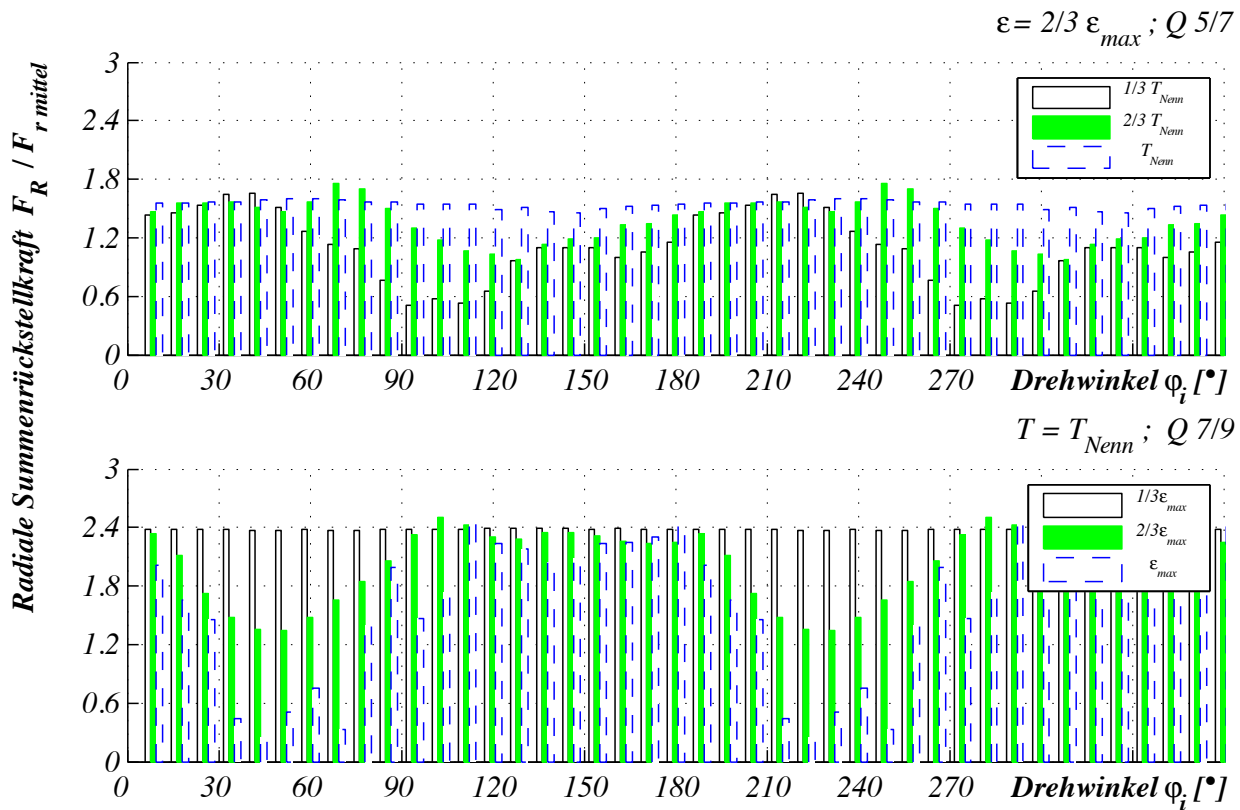


Abbildung 8.8: Radiale Summenrückstellkraft unter Drehmomenten- und Auslenkungseinfluss

Erst das Vorhandensein dieser Teilungsabweichungen führt überhaupt zu einer Rückstellwirkung. Zur Beurteilung hinsichtlich des Schwingungsverhaltens wird eine Transformation in den Frequenzbereich mittels der *Fourier*-Analyse vorgenommen. Das Ergebnis zeigt die Abbildung 8.9 auf. Ein weiteres Mal wird deutlich, dass enorme Effekte durch erhöhte Fertigungsanstrengungen möglich sind.

Es liegen bei den unterschiedlichen Verlagerungen jeweils die gleichen Einzelteilungsabweichungen der jeweiligen Zahnpaarungen zu Grunde, wobei die Positionierung der Steckvariante nicht untersucht wurde. An dieser Stelle ist zu erwarten, dass bei günstigerer Positionierung von Hülse und Nabe das Drehschwingverhalten signifikant zu beeinflussen ist, vgl. Abbildung 4.5 auf Seite 16.

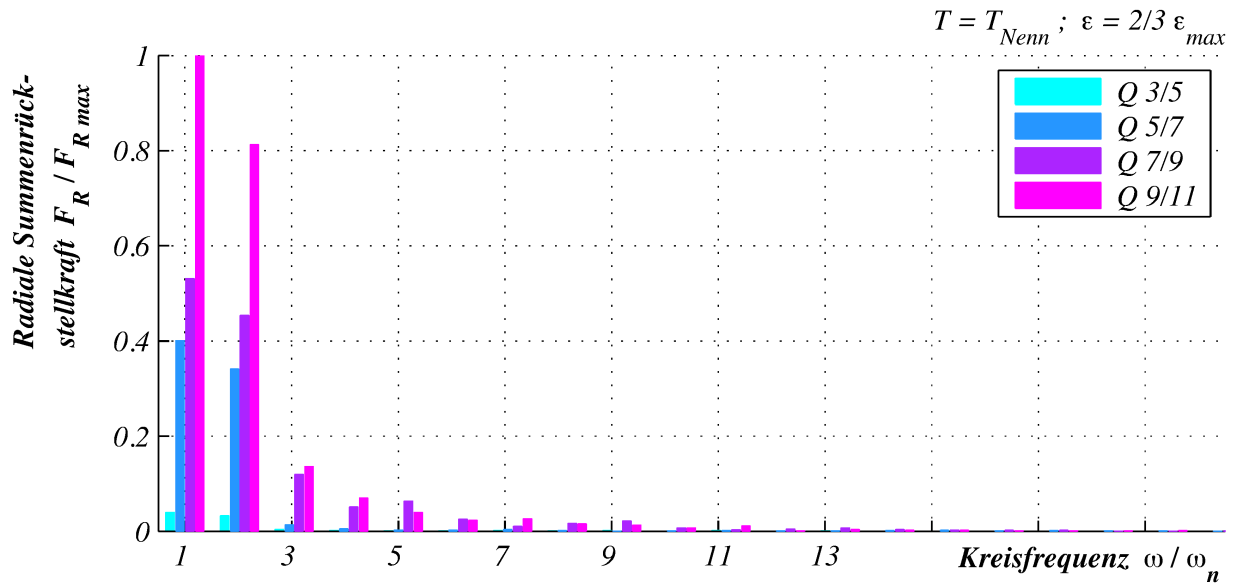


Abbildung 8.9: *Fourier-Analyse der radialen Summenrückstellkraft unter Variation der Fertigungsqualität*

Inhaltlich nicht deckungsgleich scheinen die Informationen der Abbildungen 8.7, 8.8 und 8.9. Die Darstellung der radialen Summenrückstellkräfte weisen symmetrische Verläufe auf, wobei die Vorzeichen stets positiv sind. Demnach werden die Maximalwerte zweimal während einer Umdrehung erreicht und ließen die größten Amplituden im Frequenzspektrum bei $\omega/\omega_n = 2$ erwarten. Erfahren jedoch die Wirkrichtungen eine Berücksichtigung (vgl. Abbildungen 8.5 und 8.6), werden die vorzeichenbehafteten Extremwerte nur einmal durchlaufen. Infolgedessen stellt sich ein Frequenzspektrum konform zur Abbildung 8.9 ein.

Das Vorhandensein einer radialen Summenrückstellkraft bringt eine wirkende radiale Kraft zwischen der Naben- und Hülsenverzahnung mit sich. Diese kann eine Radialverschiebung der benannten Verzahnungen relativ zueinander bewirken. Begrenzt wird diese Beweglichkeit durch das vorhandene Kopfspiel. Nach Überschreitung dieser geometrischen Grenze kann eine Zusatzbelastung hervorgerufen werden.

Weiterhin gilt es die Wirkung auf die Anschlusskonstruktion in Abhängigkeit der Einbausituation zu unterscheiden. Bei einer einzelnen Verzahnungsebene stellt sich eine zusätzliche Belastung der Anschlusskonstruktion ein. Kommen zwei in Reihe geschaltete Kupplungsverzahnungen zum Einsatz (kardanische Anordnung) liegt lediglich eine innere Zusatzbelastung innerhalb der Hülsenverzahnung vor, da die radiale Summenrückstellkraft eine Bewegung der Hülse in radialer Richtung hervorruft.

Schon [Fleiss 77] stellte als ein wesentliches Ergebnis hinsichtlich der Schwingungserregung von Kupplungsverzahnungen heraus, dass mit Anregungen im Bereich der ein- bis dreifachen Wellendrehzahl zu rechnen ist. Die Erkenntnisse beruhen dabei lediglich auf praktischen Beobachtungen bei Prüfstanduntersuchungen. Zur Herabsetzung der Amplituden empfiehlt der Autor einen selektiven Zusammenbau (Variation der Steckvariante) der Kupplungsteile, um

den Einfluss von Teilungsfehlern zu verringern. Mit hohen Fertigungs- und Montagegenauigkeiten ist das dynamische Verhalten nachhaltig positiv zu beeinflussen. Genau dieser Umstand wird mit den Berechnungsergebnissen der Abbildung 8.9 deutlich und stützt somit unmittelbar die gewonnenen Erkenntnisse anhand von bestehenden Erfahrungen.

9 Torsionsfederkonstante

Basierend auf den erweiternden Betrachtungen zur Lastverteilungsberechnung (vgl. Abschnitt 4, Seite 13ff.), in der eine inkrementelle Verdrehung $\Delta\psi$ der Nabenverzahnung gegenüber der Hülsenverzahnung erfolgt, soll die Torsionsfederkonstante bestimmt werden. Jedes Berechnungsincrement $\Delta\psi \leq \psi \leq \psi_{max}$ wird als quasistatisch betrachtet, so dass fortwährend für alle Inkremente ($T(\psi)$) Torsionsfederkonstanten ermittelbar sind. Der Verdrehwinkel ψ der Verzahnungen und das dabei übertragene Drehmoment $T(\psi)$ sind die aussagefähigen Größen.

Aufbauend auf der Flankenabstandsbestimmung ist es möglich, das Drehmoment eines Inkrementes auf die einzelnen Zahnpaarungen aufzuteilen, vgl. Abbildung 4.1 auf Seite 13. Dieser Vorgang wird iterativ so lange durchgeführt, bis das Nenndrehmoment ($T(\psi_{max}) = T_{Nenn}$) aufgebracht ist. Die Progression des Verdrehwinkels bei unterschiedlichen Auslenkungen zeigt die Abbildung 9.2 auf. Kleine Auslenkungswinkel bedürfen nur einer geringeren Verdrehung, da das anliegende Drehmoment von einer größeren Anzahl von Zahnpaarungen aufgenommen wird. Die Torsionsfederkonstante ist dabei kein gleichbleibender Kennwert der Zahnkupplung, vielmehr bestehen Abhängigkeiten von den Belastungsparametern Drehmoment und Auslenkung. In dem Verhalten von Drehmoment und Verdrehwinkel finden die Verzahnungs-, Geometrie- und Werkstoffparameter aus der Lastverteilungsanalyse Eingang.

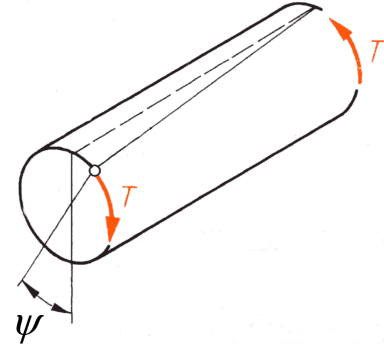


Abbildung 9.1: Torsionsstab mit Verdrehwinkel und Drehmoment

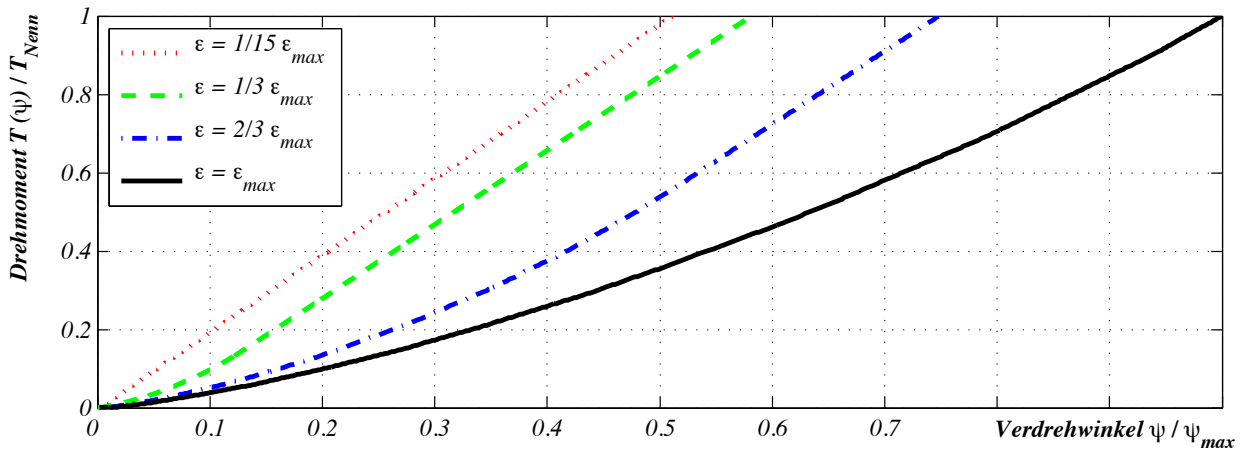


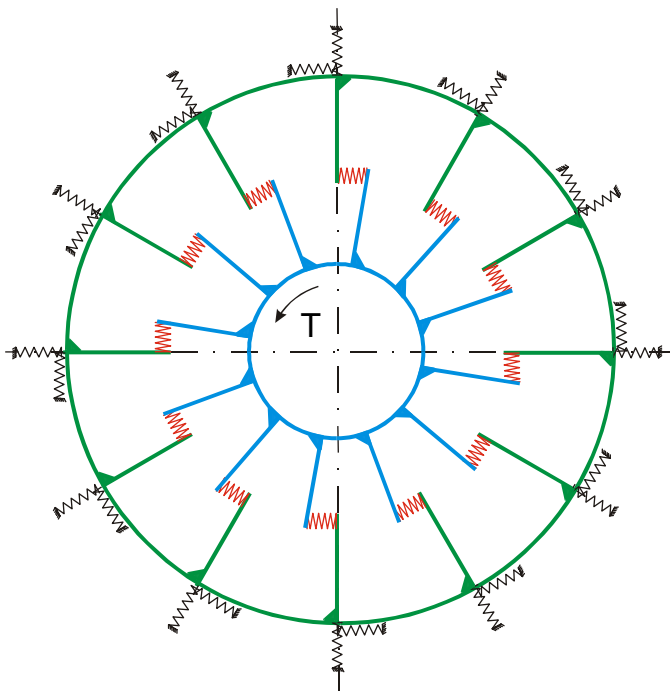
Abbildung 9.2: Drehmomente T als Funktion des Verdrehwinkels ψ bei unterschiedlichen Verlagerungswinkeln ϵ

Das Verdrehwinkelinkrement $\Delta\psi$ ist abhängig von dem auszugleichenden Auslenkungswinkel, der Verzahnungsqualität und der Anzahl der Zähne zu wählen. Mit abnehmendem Verlage-

rungswinkel, sinkender Qualität und steigender Zähnezahl muss auch das Verdrehwinkelinkrement verkleinert werden, um aussagefähige Ergebnisse sicherstellen zu können. Die rechnerische Ermittlung ist eng an die Definition dieses Parameters angelehnt (Abbildung 9.1). Die Zahnkupplung wird als Torsionsfeder mit einer Torsionsfederkonstante c_T betrachtet. Damit wird einer Modellierung innerhalb des Antriebsstranges Rechnung getragen. Mit der Anwendung des formalen Zusammenhanges auf die inkrementelle Verdrehung der Verzahnung entsteht der folgende Ausdruck zur Ermittlung der Torsionsfederkonstante:

$$c_T(\psi) = \frac{T(\psi)}{\psi} \quad \text{mit} \quad \Delta\psi \leq \psi \leq \psi_{max} . \quad (9.1)$$

a) Federmodell aus [Bünder 00]



b) Verzahnung und Hülsenkörper

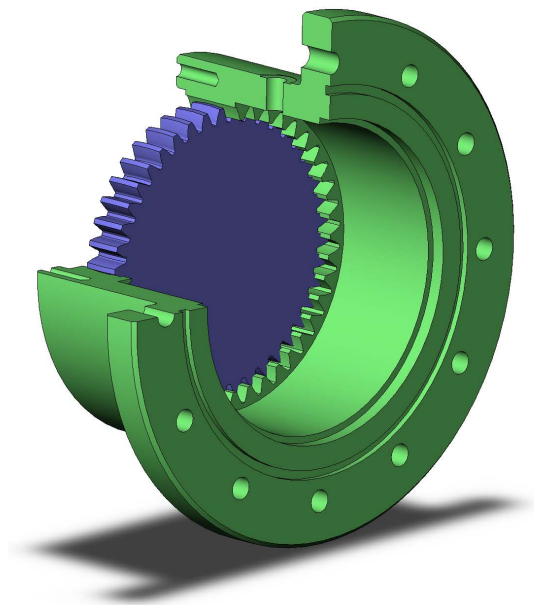


Abbildung 9.3: Bezeichnungen zur Bestimmung der Torsionsfederkonstante

Zur Ermittlung des übertragenden Drehmomentes in Abhängigkeit des Verdrehwinkels wird ein Federmodell bemüht. Für die Herleitung des Federmodells zur Lastverteilungsberechnung (Abbildung 9.3) wird hier auf die anschauliche Darstellung in der Originalliteratur [Bünder 00] verwiesen. Darin werden die relevanten Einflüsse aufgezeigt und ausführlich erläutert. In dem Modell finden die nachstehenden Haupteinflüsse Eingang:

- ⇒ Verzahnungsparameter
- ⇒ Zahnpaarfedersteifigkeiten und *Hertz*sche Abplattung
- ⇒ Hülsenkörperverformung und
- ⇒ Fertigungsabweichungen.

Für die Berechnung findet der prinzipielle Aufbau aus der Abbildung 9.3b) Anwendung. Das Lastverteilungsmodell mit den einzelnen Komponenten ist schematisch in der Abbildung 9.3a) beschrieben.

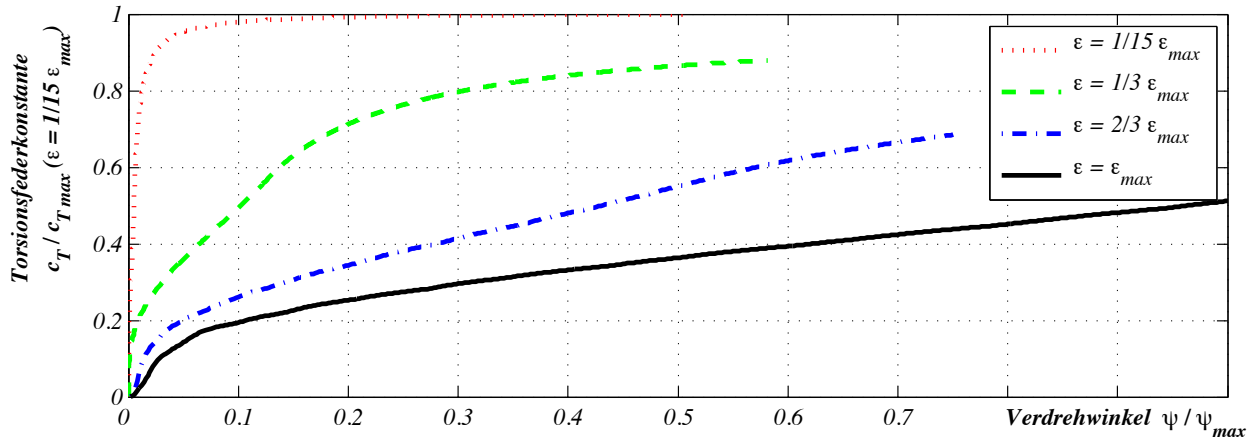


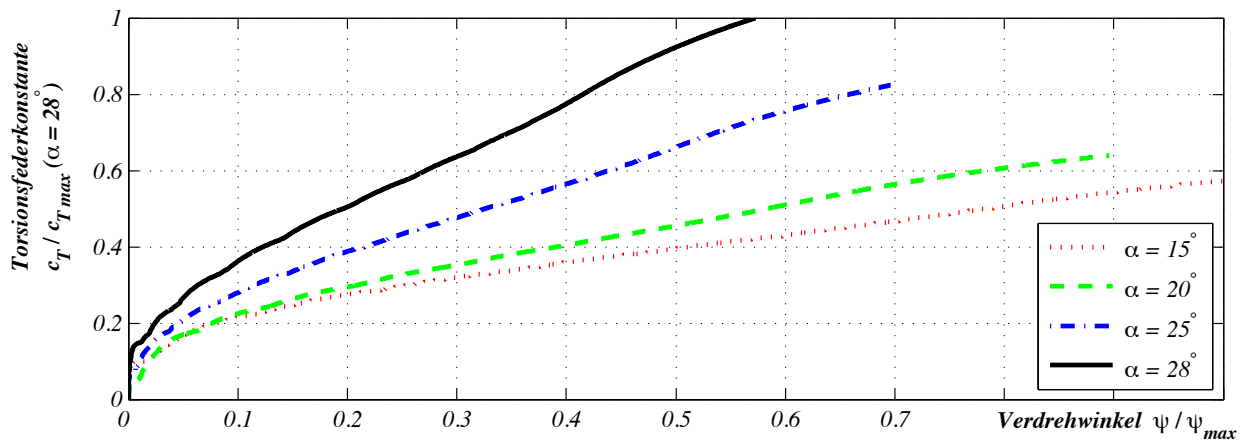
Abbildung 9.4: Torsionsfederkonstante c_T (abweichungsfrei) als Funktion des Verdrehwinkels ψ bei unterschiedlichen Verlagerungswinkeln ϵ

Anhand der Gleichung (9.1) sind die Torsionsfederkonstanten für die Beispielverzahnung numerisch bestimmt und in der Abbildung 9.4 aufgezeigt. Es ist deutlich erkennbar, dass bei vergleichsweise geringen Verlagerungswinkeln ($\epsilon = 1/15 \epsilon_{max}$) schon bei sehr kleinen Verdrehwinkeln ψ eine relativ hohe Torsionsfederkonstante c_T festzustellen ist. Dieser Zusammenhang deckt sich stark mit bisherigen Forschungsergebnissen, da bei geringen Auslenkungen nahezu alle Zahnpaarungen anteilig an der Drehmomentübertragung beteiligt sind. Folglich stellt sich eine entsprechend hohe Steifigkeit ein. Mit zunehmendem Auslenkungswinkel verringert sich die Torsionsfederkonstante, da weniger Zahnpaarungen elastisch deformiert werden. Aus den Untersuchungen zur Kinematik ausgelenkter Kupplungsverzahnungen ist bekannt, dass bei steigenden Auslenkungen in den Schwenkstellungsbereichen die minimalen Flankenabstände anwachsen. Die aus der anteiligen Belastungsaufnahme herrührenden elastischen Verformungen der einzelnen Zahnpaarungen reichten nicht aus, um den kinematisch bedingten Flankenabstand zu überwinden. Folglich können nicht alle Zahnpaarungen gleichzeitig zur Übertragung des anliegenden Drehmomentes herangezogen werden. Kleine Auslenkungen weisen dahingehend einen herabgesetzten Einfluss auf, wodurch die Kupplungsverzahnung dann erheblich steifer ist (Abbildung 9.2, Seite 79 und Abbildung 9.4).

Ausschlaggebend für die Torsionsfederkonstante der Zahnkupplungen ist, dass die sich einstellende Steifigkeit nicht nur abhängig vom übertragenen Drehmoment veränderlich ist, sondern auch ein signifikanter Einfluss der Betriebsbedingungen (Auslenkung) auftritt.

[Benkler 70] erwartet für Zahnkupplungen einen progressiven Verlauf der Torsionsfedersteife. Der sich einstellende Verlauf in den diskutierten Darstellungen weist hingegen einen eher degressiven Verhalten auf.

a) Variation des Eingriffswinkels



b) Veränderung des Bombierungsverhältnisses

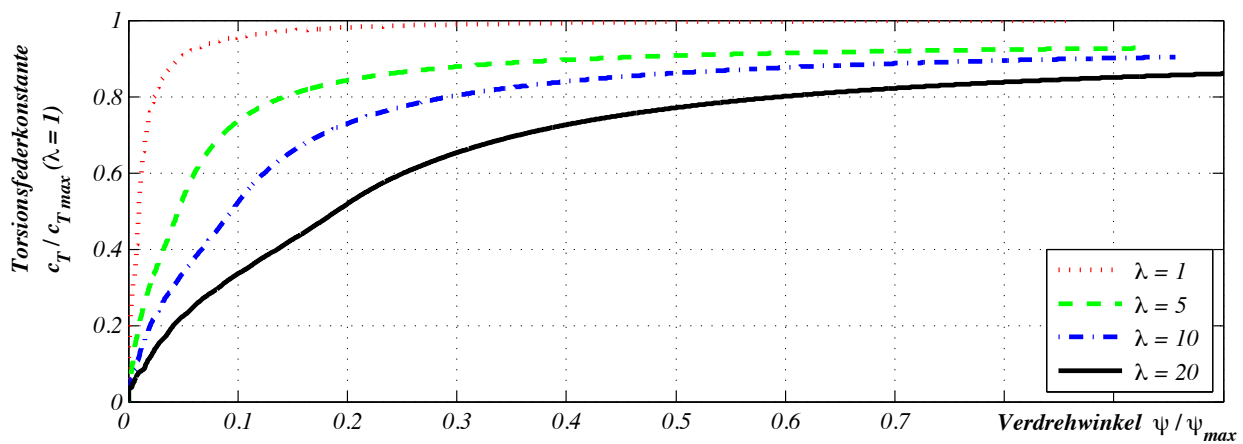


Abbildung 9.5: Torsionsfederkonstante bei unterschiedlichen Eingriffswinkeln bzw. Bombierungsverhältnissen

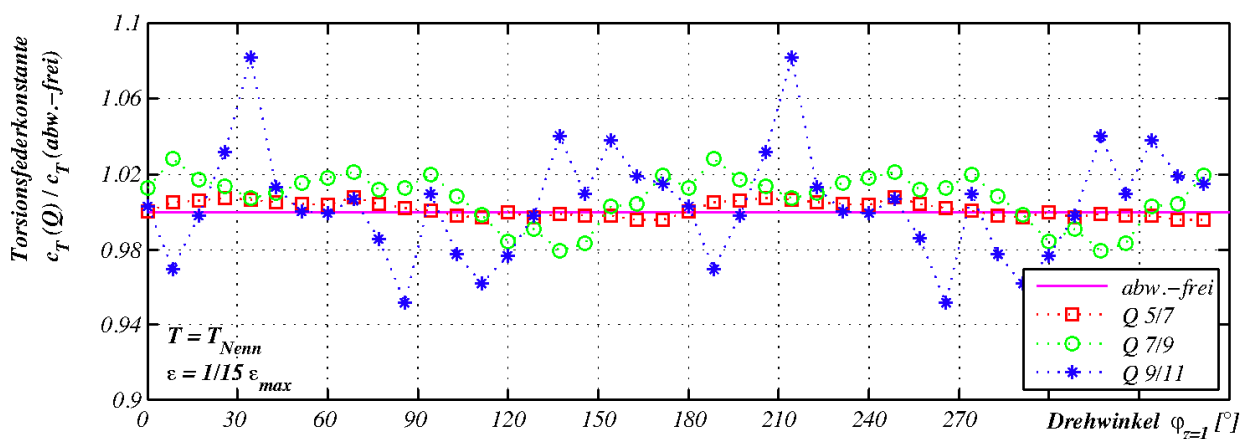


Abbildung 9.6: Torsionsfederkonstante c_T als Funktion des Drehwinkels φ bei unterschiedlichen Fertigungsqualitäten Q und einem konstanten Verlagerungswinkel von $\epsilon = 1/15 \epsilon_{max}$

Den vorangestellten Darlegungen liegen ideale (abweichungsfreie) Verzahnungen zu Grunde. Erweiternd erfolgt eine Betrachtung einer konkreten Zahnpaarung bei einer vollen Umdrehung ($\varphi_{z=1}$) unter konstantem Verdrehwinkel $\psi = \psi_{max}$. Dementsprechend wird also ein konstantes Drehmoment $T(\psi = \psi_{max}) = T_{Nenn}$ unterstellt. Lediglich die Aufteilung (Lastverteilung) infolge der elastischen Verformungen unter Berücksichtigung der Fertigungsabweichungen der einzelnen Zahnpaarungen führt zur Veränderung der Torsionsfederkonstante $c_T = f(\varphi_{z=1})$. Deutlich erkennbar ist der beachtliche Einfluss der Fertigungsqualität. Mit verbesserten Fertigungsanstrengungen geht eine deutliche Herabsetzung der Amplituden einher. Der abgebildete Verlauf erfährt eine regelmäßige Wiederholung gekoppelt mit der vorliegenden Drehzahl.

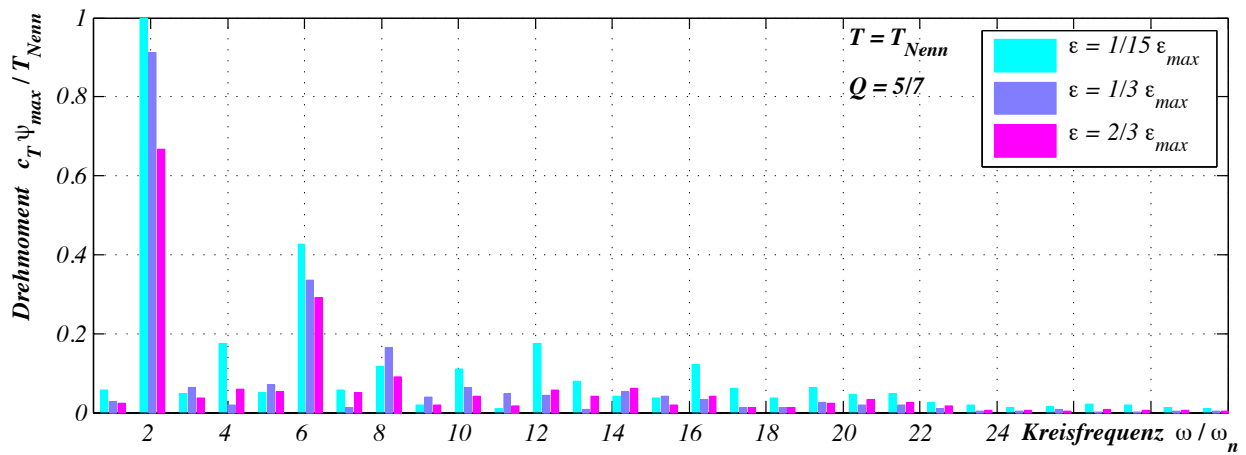


Abbildung 9.7: Frequenzspektrum der Drehmomentschwingung bei Variation des Auslenkungswinkels ϵ und konstanter Fertigungsqualität Q

In der Abbildung 9.7 ist der Einfluss des Auslenkungswinkels ϵ auf das Frequenzspektrum zu sehen. Betrachtet wird hierbei das Produkt aus Torsionsfederkonstante und maximalem Verdrehwinkel. Aus dem Betrieb, bedingt durch die Fertigungsabweichungen, stellt sich ein zeitlich veränderliches Drehmoment ein. Ein vergleichsweise kleiner Auslenkungswinkel führt zu verhältnismäßig hohen Amplituden. Dieser Sachverhalt ist aus den vorangestellten Betrachtungen bekannt. Auffällig ist, dass die größten Amplituden bei der doppelten Anregungsfrequenz ω/ω_n auftritt. Begründet ist dies in der Symmetrie der Verzahnung. Sowohl Kipp- als auch Schwenkstellung werden bei einer Umdrehung zweimal durchlaufen. Die Auswirkungen der Symmetrie in der Verzahnung spiegeln sich schon in der Abbildung 9.6 wider. Genau dieser schlägt sich bereits in den Abbildungen 4.2b) (Seite 14) und 4.4 (Seite 15) nieder.

Die Abbildung 9.8 zeigt den Effekt auf, der durch eine Anhebung der Fertigungsanstrengungen gewonnen werden kann. Eine Verbesserung der Fertigungsqualität zieht unweigerlich eine Verbesserung des dynamischen Verhaltens nach sich. Liegen also die Belastungsparameter einer Kupplungsverzahnung fest, so sind aus der Herstellung nicht unerhebliche Effekte zu erzielen und die schwingungsanregende Wirkung der verlagerungsfähigen Mitnehmerverzahnung merklich zu beeinflussen.

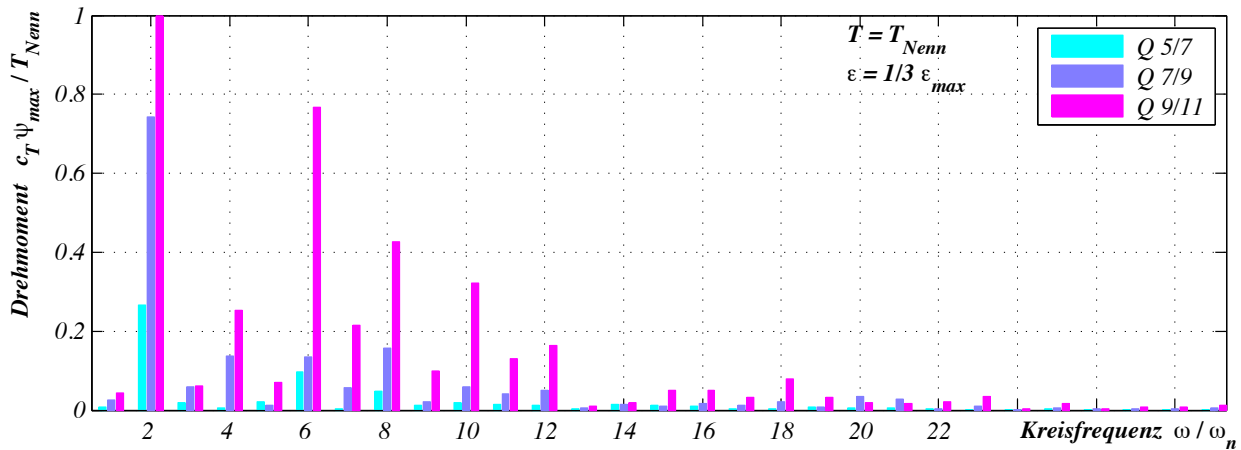


Abbildung 9.8: Frequenzspektrum der Drehmomentschwingung für Verlagerungswinkel $\epsilon = 1/3 \epsilon_{max}$ und verschiedene Fertigungsqualitäten

Mit den Ausführungen zur Torsionsfederkonstante ist ein weiterer Parameter zur Beschreibung der Kupplungsverzahnung ermittelt und diskutiert worden. Bei der Betrachtung der Torsionsfederkonstante ist eine starke Abhängigkeit von den Belastungsparametern (Drehmoment T , Auslenkung ϵ und Drehzahl n) innerhalb ihres definierten Arbeitsbereiches festzustellen.

Bezüglich des dynamischen Verhaltens wird die Anhebung der Fertigungsanstrengungen als ein geeignetes Mittel aufgezeigt, um die Torsionsschwingungen zu beeinflussen. Aus ingenieurtechnischer Sicht besteht der Anspruch darin, eine vorgegebene Kupplungsverzahnung hinsichtlich ihres dynamischen Verhaltens zu beurteilen und während des Entwicklungsprozesses eines Antriebssystems eine gezielte Beeinflussung vorzunehmen.

Herauszustellen ist, dass bei konstantem Antiebsdrehmoment durch die aus dem Fertigungsprozess herrührenden Fertigungsfehlern der Verzahnung letztlich auf periodisch veränderliche Abtriebsmomente führen. Aus diesem Sachverhalt zeigt sich, dass die Zahnkupplung im Antriebsstrang aus dem stationären Betrieb heraus eine Parametererregung in das schwingungsfähige System einträgt. Unter erhöhten Fertigungsanstrengungen oder gezielter Beeinflussung der Steckvariante lässt sich diesem Problemkreis nachhaltig begegnen.

10 Einbausituationen und Betriebszustände einer Kuppelungsverzahnung

10.1 Axiale Verschiebung von Naben- und Hülsevenverzahnung

Im Betrieb sind die Anforderungen hinsichtlich der Verlagerungsfähigkeit auf zwei Elementarausgleichsbewegungen zurückzuführen, nämlich axialen Längenausgleich (Axialverschiebung Δ_a) und winklige Auslenkung ϵ . Unter Axialverschiebung ist die Veränderung der Koordinatenursprünge $0_1 : x_1; y_1; z_1$ und $0_2 : x_2; y_2; z_2$ auf der Rotationsachse der Hülsevenverzahnung z_2 aus der Abbildung 3.4 (Seite 8) zu verstehen.

Bei Betrachtung der Elementarausgleichsbewegungen ist zu beachten, dass sich beide Bewegungen gegenseitig beeinflussen können. Eine Axialverschiebung der Nabe gegenüber der Hülse ruft i.d.R. auch eine Veränderung der Auslenkung hervor. Ebenso bedarf eine Auslenkungsänderung $\Delta\epsilon$ eines axialen Ausgleiches.

Der winklige Versatz beeinflusst neben der Lastverteilung (Traganteil) auch den tribologischen Zustand der Zahnpaarungen, besonders durch die Gleitgeschwindigkeit, vgl. Abschnitt 6. Bei vergleichsweise kleinen Auslenkungen liegen auch geringere Geschwindigkeiten vor, so dass der vorliegende Reibwert höher ist gegenüber größeren Verlagerungswinkeln. Das führt auf progressive Axialkräfte (vgl. Abschnitt 7, insb. Abbildung 7.7 auf Seite 63). Zur Bemessung der Anschlusskonstruktion ist demnach stets der minimal auftretende Auslenkungswinkel in Kombination mit der kleinsten auftretenden Drehzahl für den Anteil, der aus dem stationären Betrieb herrührt, anzusetzen.

Die Axialverschiebegeschwindigkeit v_a hat eine Wirkung auf die Geschwindigkeit der Kontaktpunkte der Hülsevenflanke inne. Es lassen sich zwei Situationen unterscheiden: bis zum Einsetzen der axialen Bewegung und die Axialverschiebung selbst. Zunächst soll die axiale Kraft bis zum Beginn der Ausgleichsbewegung betrachtet werden. Dabei ist die Axialverschiebegeschwindigkeit $v_a = 0$ und die Bewegung wird verhindert durch $F_{\Delta_a}(v_a = 0)$ nach Gleichung (10.1). Treten Belastungen auf die kleiner gleich sind, findet keine Axialverschiebung der Nabenverzahnung gegenüber der Hülsevenverzahnung statt. Der dabei auftretende Reibwert ist der aus der Kontaktpunktbewegung herrührende Wert, der aus den Betrachtungen des Abschnittes 6 ermittelbar ist.

$$F_{\Delta_a}(v_a = 0) = \sum_{i=1}^z F_n(\varphi_i) \cdot \mu(\varphi_i) \quad (10.1)$$

Wird der Wert überschritten, ist von Bedeutung mit welcher Geschwindigkeit die Axialverschiebung auftritt. Die Axialverschiebegeschwindigkeit hat vornehmlich Relevanz für den Tribozustand. Dieser kann begünstigend oder sich gegebenenfalls auch nachteilig auswirken. Da hier die Bemessung der Anschlusskonstruktion im Fokus steht, soll hier die ungünstigste Randbedingung betrachtet werden. Ist $v_a = -v_{hy}$, (hydrodynamische Geschwindigkeit² aus Gleichung (6.4), Seite 35) so führen die Gleichungen (6.3) und (6.5) auf Seite 34 auf Schmier-

²Summengeschwindigkeit der Kontaktpunkte von Nabe und Hülse $v_{hy} = v_N + v_H$

filmdicken $h_{min} = h_0 = 0$. In der weiteren Verwendung dieser Größen in der Gleichung (6.1) (Seite 31) zeigt sich dann $\xi = 0$, d.h. es liegt reine Feststoffreibung vor und μ_{Fest} ist heranzuziehen (vgl. Abbildung 6.24, Seite 55). Für die Ermittlung der auf die Anschlusskonstruktion wirkende Axialkraft infolge Axialschub³ wäre somit die Gleichung (10.2) zu benutzen.

$$F_{\Delta a}(v_a = -v_{hy}) = \sum_{i=1}^z F_n(\varphi_i) \cdot \mu_{Fest} \quad (10.2)$$

Die Gleichung (10.2) bietet eine sichere Abschätzung für die Praxis. Real tritt dieser Fall jedoch nicht ein, da die hydrodynamische Gleitgeschwindigkeit einer Abhängigkeit vom Drehwinkel unterliegt.

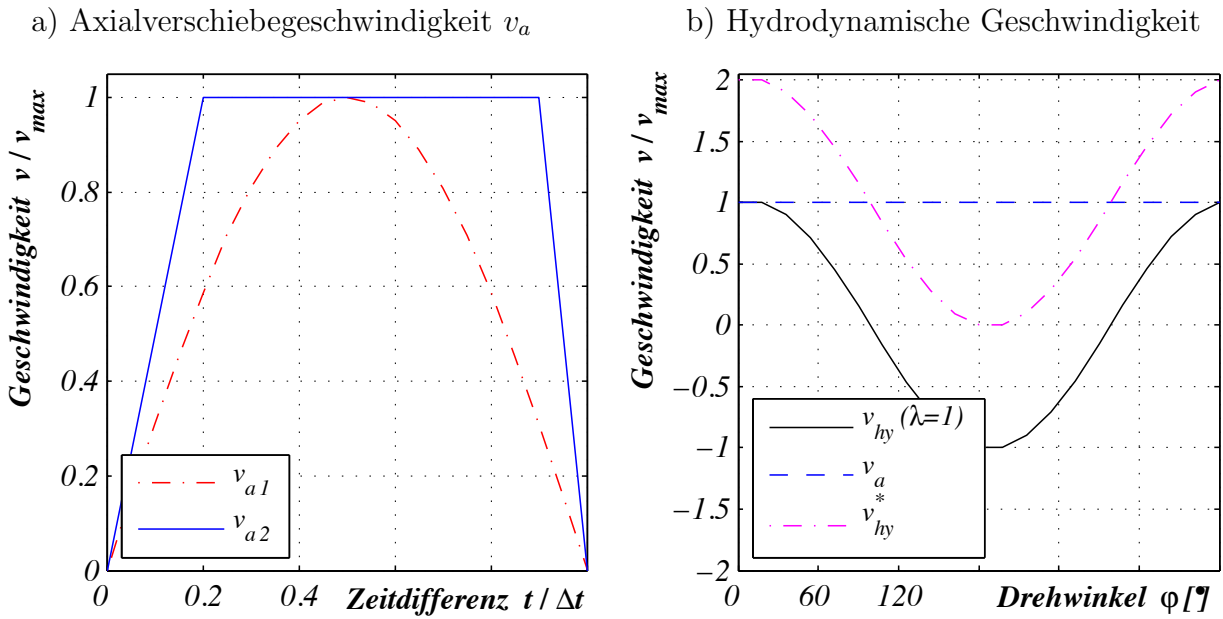


Abbildung 10.1: Hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit und Axialverschiebegeschwindigkeit

In Kenntnis der Axialverschiebegeschwindigkeit und dessen Abhängigkeit von der Zeit $v_a(t)$ besteht die Möglichkeit der Analyse des vorliegenden Einflusses durch die Einbeziehung zur jeweiligen Zeit $0 \leq t \leq \Delta t$ (Abbildung 10.1b)) in der Bestimmung des auftretenden Reibwertes (siehe Abschnitt 6, Seiten 30ff.). Die axiale Bewegung verändert den Kontaktpunkt auf dem Nabenzahn nicht, da der Axialausgleich durch die breitere Hülsenverzahnung umgesetzt wird. Dieser Umstand findet auch in den Gleichungen (10.3) und (10.4) Anwendung. Damit schlägt sich der reibwertbeeinflussende Bezug der Geschwindigkeit unmittelbar in der Bestimmung des Reibwertes nieder.

$$v_{gl}^*(\varphi) = v_N(\varphi) - v_H^*(\varphi) \quad \text{mit} \quad v_H^*(\varphi) = v_H(\varphi) + v_a(t) \quad (10.3)$$

$$v_{hy}^*(\varphi) = v_N(\varphi) + v_H^*(\varphi) \quad (10.4)$$

³Verschiebewiderstand in axialer Richtung

Die Kontaktpunktgeschwindigkeiten v_N und v_H weisen eine starke Determiniertheit von der Drehwinkelstellung auf. Im Gegensatz dazu wirkt die Axialverschiebegeschwindigkeit auf alle Zahnpaarungen gleichzeitig. Mögliche Verläufe von $v_a(t)$ sind in der Abbildung 10.1a) aufgezeigt. Auf der Abszisse ist dabei die Zeit abgetragen. Nebenstehend in Abbildung 10.1b) ist die Wirkung auf die hydrodynamisch wirksame Geschwindigkeit dargelegt. Die Axialverschiebegeschwindigkeit ruft eine Parallelverschiebung von $v_{hy}(\varphi)$ hervor. Mit der Abbildung 10.1b) wird der Fall $v_a = \hat{v}_{hy}$ herausgearbeitet und die damit verbundene Beeinflussung v_{hy}^* dargestellt. Bei diesen Darlegungen wird stets die axiale Beweglichkeit (notwendige Hülsenzahnbreite) der Verzahnung unterstellt. Diesen Umstand gilt es anhand konstruktiver Maßnahmen unter Beachtung aller relevanten Ausdehnungseinflüsse (thermisch oder prozessbedingt) sicher zu stellen. Die Betrachtungen gelten nicht für Verzahnungen die durch Verschleiß oder plastische Deformationen im Kontaktbereich in axialer Richtung einem Formschluss unterliegen. Die axiale Beweglichkeit ist dabei nicht mehr gewährleistet und es treten ungleich höhere Belastungen auf.

Weiterhin nicht berücksichtigt ist bisher die aus den stationären Betrieb herrührende axiale Summenrückstellkraft F_A . Ihr Einfluss hängt von der Einbausituation ab. Diesbezüglich erfolgt eine Analyse entsprechend der vorliegenden konstruktiven Lösung im Antriebsstrang (Abschnitte 10.3.1 und 10.3.2).

10.2 Eine Verzahnungsebene

Die bisher gewonnenen Erkenntnisse beruhen auf der Betrachtung einer einzelnen Verzahnungsebene entsprechend der Abbildung 10.2. Es wurde dabei stets ein stationärer Betriebszustand (konstante Belastungsparameter) unterstellt. Der Ansatz bezieht lediglich die tragenden Zahnpaarungen mit den vorliegenden Tribobedingungen mit ein.

$$\tan(\epsilon) = \frac{\Delta_r}{a_{LH}} \quad (10.5)$$

$$\tan(\Delta\epsilon) = \frac{\Delta_r}{\Delta_{a\,N}} \quad (10.6)$$

$$\tan(\epsilon + \Delta\epsilon) = \frac{\Delta_r}{a_{LH} + \Delta_{a\,N}} \quad (10.7)$$

Eine axiale Verschiebung der Hülsenverzahnung $\Delta_{a\,H}$, die z. Bsp. thermisch bedingt ist, beeinflusst den Auslenkungswinkel nicht. Eine Belastung in axialer Richtung wird dennoch hervorgerufen. Die maximal auftretende Axialkraft stellt die Gleichung (10.1) bereit. Erfährt die Nabenverzahnung $\Delta_{a\,N}$ eine Verschiebung in axialer Richtung so wird der Auslenkungswinkel ϵ verändert und führt somit unweigerlich zur Beeinträchtigung des Reibwertes bzw. der Axialkraft. Bei der Ermittlung der maximal auftretenden Axialkraft ist der kleinere Auslenkungswinkel anzusetzen, da hierbei der Reibwert und damit auch die axiale Summenrückstellkraft (vgl. Abschnitt 7.3) steigt.

Die Belastungen, denen die Anschlusskonstruktionen unterliegen, werden zum Einen aus dem stationären Betrieb und zum Anderen aus Sonderereignissen hervorgerufen. Die Sonderereignisse führen dann zum Auftreten der Elementarungleichbewegungen.

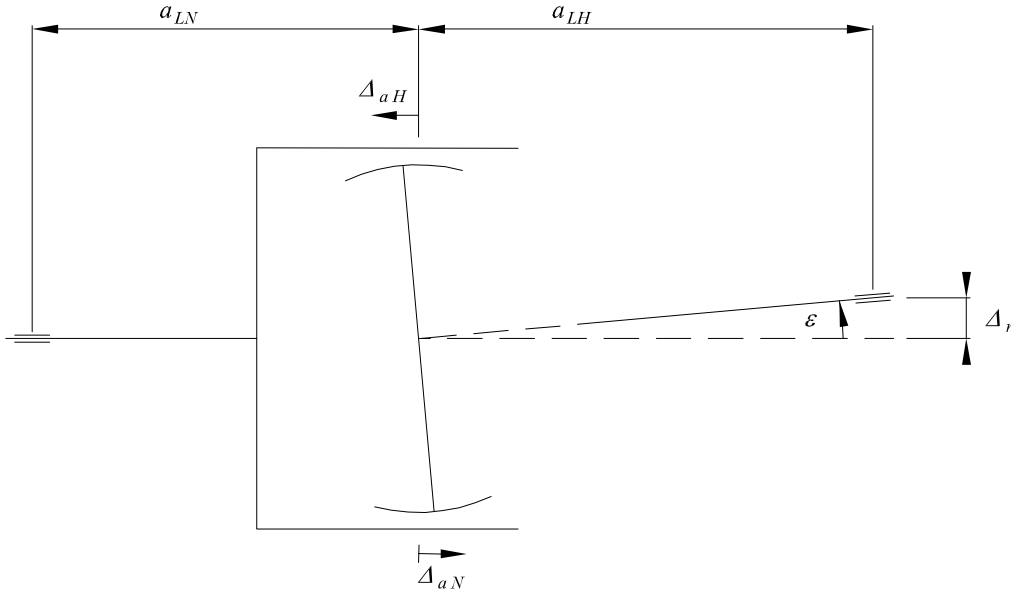


Abbildung 10.2: Verlagerte Verzahnungsebene in schematischer Darstellung

Ein Axialausgleich findet statt, wenn eine axiale Kraft auftritt die größer ist als F_{Δ_a} , Gleichung (10.1), Seite 85. Die Herkunft dieser Kraft kann aus dem Betrieb (prozessbedingt) herühren oder z. Bsp. thermischer Ausdehnung geschuldet sein. Erst wenn dieser Betrag überwunden wird, findet eine axiale Bewegung statt.

Für die Bemessung der Anschlusskonstruktion ist somit die Überlagerung von axialer Summenrückstellkraft F_A (vgl. Abschnitt 7.3 Seite 62ff.) und der aus dem Axialschub entstehenden Belastung heranzuziehen, Gleichung (10.8).

$$F_{A\,Lager}(\varphi_i) = F_A(\varphi_i) + F_{\Delta_a}(\varphi_i) \quad (10.8)$$

$$F_{A\,Lager}(\varphi_i) = \underbrace{\sum_{i=1}^z F_a(\varphi_i)}_{\text{fertigungsbedingt}} + \underbrace{\sum_{i=1}^z F_n(\varphi_i) \cdot \mu(\varphi_i)}_{\text{prozessbedingt bzw. thermisch}} \quad (10.9)$$

Der in den Berechnungen zu Grunde liegende Auslenkungswinkel ϵ ist in Anlehnung an die Definition in Abbildung 10.2 zu verwenden. Dabei wird stets der Betrag angesetzt, wobei die Wirkrichtung der axialen Summenrückstellkraft bei negativem ϵ eine Richtungsumkehr erfährt.

10.3 Anordnungen einer Doppelzahnkupplung

10.3.1 Zwei Verzahnungsebenen in W-Anordnung

Die einzelnen Verzahnungsebenen aus der Abbildung 10.2 können miteinander in Reihe geschaltet werden. Eine mögliche Anordnung zeigt die Abbildung 10.3 auf. Darin weisen die beiden Verzahnungen jeweils den gleichen Auslenkungswinkel $\epsilon = +\epsilon_{li} = -\epsilon_{re}$ auf. In diesem konkreten Fall spricht man von einer W-Anordnung. Die wirkenden axialen Kräfte rufen innere Belastungen in entgegengesetzter Richtung hervor. Eine derartige Anordnung zieht also, zwei identische Verzahnungsebenen vorausgesetzt, eine Verminderung der axialen Summenrückstellkraft nach sich. Liegen jedoch zwei Verzahnungen mit ungleichen Fertigungsungenauigkeiten zu Grunde und sind sie darüberhinaus noch ungünstig gepaart (Steckvariante), so ist eine nachteilige Auswirkung auf die axiale Rückstellkraft nicht auszuschließen. Eine Kompensation dieser Belastung erfolgt über die Anschlusskonstruktion.

Besitzen die Auslenkungswinkel jeweils ein identisches Vorzeichen (ϵ_{li} und ϵ_{re} in Abbildung 10.3), so haben die Axialkräfte F_a stets eine entgegengesetzte Wirkrichtung. Dabei können die Winkel auch unterschiedlich groß sein. Dadurch lässt die Ebene mit dem kleineren Auslenkungswinkel die höhere axiale Summenrückstellkraft erwarten, wenn beide der gleichen Fertigungsqualität unterliegen. Diesen Zusammenhang zeigte auch schon [Fleiss 77] in seiner Arbeit auf.

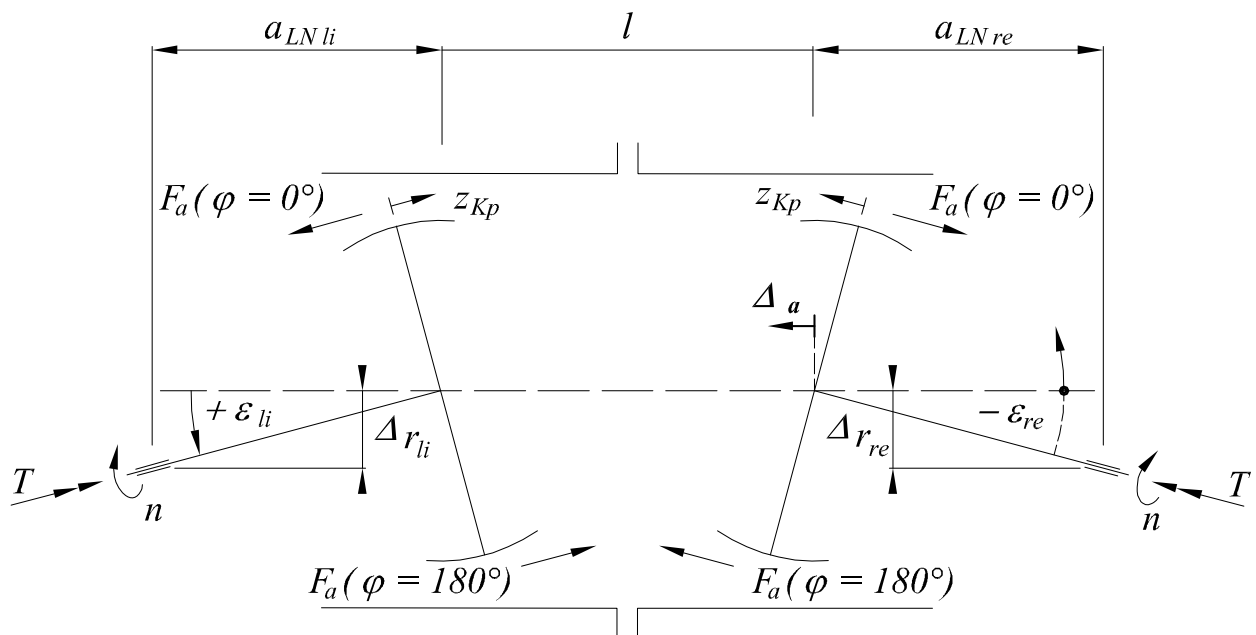


Abbildung 10.3: Schematische Darstellung der W-Anordnung mit wirkenden Axialkräften

10.3.2 Z-Anordnung zweier Zahnkupplungen

Ein Sonderfall der aus der W-Anordnung abgeleitet werden kann, ist die Z-Anordnung. Die Auslenkungswinkel besitzen zwar betragsmäßig gleiche Werte unterscheiden sich jedoch hinsichtlich des Vorzeichens. Folglich stimmen die Axialkräfte in ihrer Wirkrichtung überein. Stellt man nun

zwei in Reihe geschaltete Zahnkupplungen (Doppelzahnkupplung) in W- bzw. Z-Anordnung gegenüber, so übt die W-Anordnung eine geringere axiale Belastung auf die Anschlusskonstruktion aus.

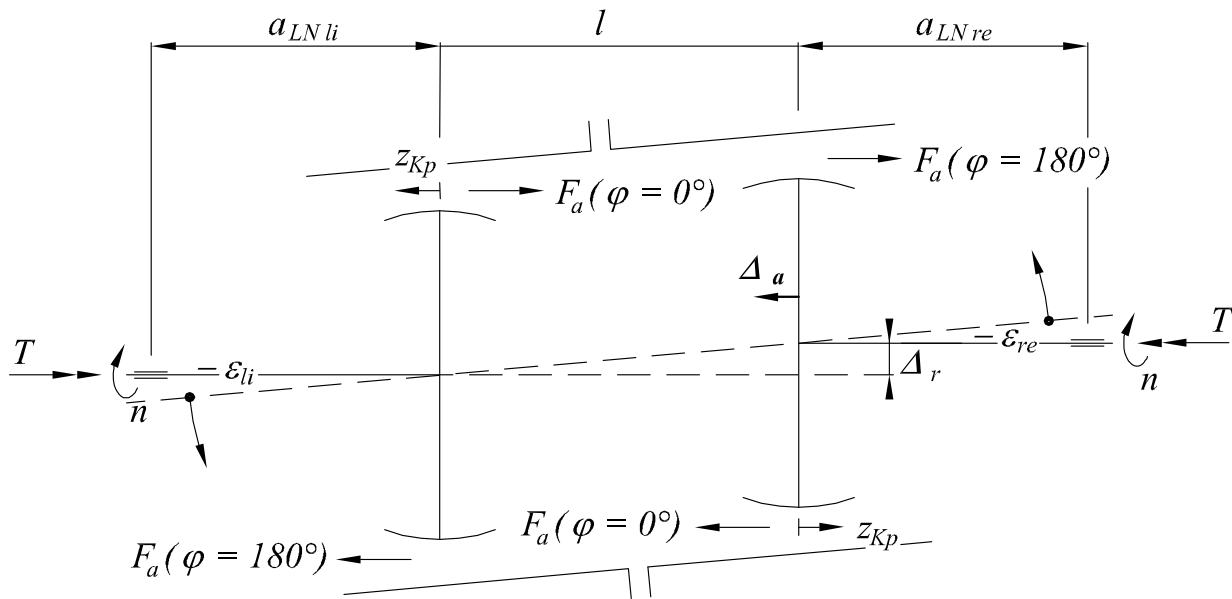


Abbildung 10.4: Schematische Darstellung der Z-Anordnung

Um nun den Einfluss der axialen Verschiebung auf den sich einstellenden Auslenkungswinkel zu ermitteln, werden in der Abbildung 10.5, basierend auf den Gleichungen (10.10) und (10.12), das Verhältnis von $\Delta\epsilon/\epsilon$ über Δ_a/l für verschiedene Δ_r/l aufgezeigt. Da der Abszissenwert, der axiale Versatz Δ_a auf die jeweilige geometrische Größe l bezogen ist und somit für jedes Δ_r/l ein anderer Absolutwert der Axialverlagerung vorliegt, muss Δ_a auf eine gleichbleibende konstruktive Länge bezogen werden, um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu ermöglichen. Konstruktionen, bei denen ein großer Abstand (l) der Verzahnungsebenen bezogen auf den radialen Versatz (hier Δ_r) vorliegen, sind sehr sensitiv bei axialem Längenausgleich hinsichtlich der daraus zusätzlich entstehenden Auslenkung $\Delta\epsilon$. Demgegenüber stehen konstruktive Lösungen bei denen das Verhältnis von l zu Δ_r vergleichsweise gering ist.

$$\tan(\epsilon) = \frac{\Delta_r}{l} \quad (10.10)$$

$$\tan(\epsilon + \Delta\epsilon) = \frac{\Delta_r}{l - \Delta_a} \quad (10.11)$$

Die Gleichung (10.11) lässt sich wie folgt formulieren:

$$\epsilon \left(1 + \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right) = \arctan \left(\frac{\frac{\Delta r}{l}}{1 - \frac{\Delta a}{l}} \right) \quad (10.12)$$

Unter Verwendung der Gleichung (10.10) entsteht dann letztlich der Zusammenhang der Gleichung (10.13)

$$\frac{\Delta\epsilon}{\epsilon} = \frac{\arctan\left(\frac{\frac{\Delta_r}{l}}{1-\frac{\Delta_a}{l}}\right)}{\arctan\left(\frac{\Delta_r}{l}\right)} - 1 \quad (10.13)$$

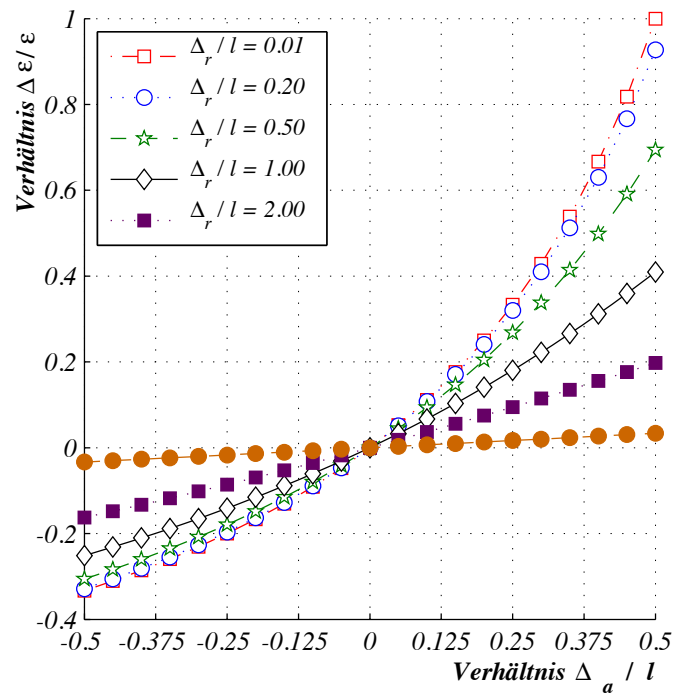


Abbildung 10.5: Einfluss der axialen Verschiebung auf den Auslenkungswinkel

11 Formulierung der Rückstellreaktionen

In den vorangestellten Abschnitten lag der Fokus hauptsächlich auf der zahlenmäßigen Erfassung und Bewertung der einzelnen Belastungsgrößen auf den Zahnflanken. Alle diese inneren Größen der Kupplungsverzahnung sind erforderlich, um nun die auf die Anschlusskonstruktion (Lager) wirkenden Rückstellwirkungen zu identifizieren. Bevor die Lagerkräfte und \sim momente innerhalb eines Gleichungssystems mit den Tangential-, Radial- und Axialkräften in Verbindung gesetzt werden, ist eine Transformation der Koordinatensysteme der Verzahnung auf das Lagerkoordinatensystem erforderlich.

Bei den nun anknüpfenden Untersuchungen wird wiederum auf eine einzelne Verzahnungsebene zurückgegriffen.

11.1 Kraftwirkungen im Achsschnitt

Da die zu kuppelnden Wellen nicht fluchten, weisen auch die Rotationsachsen von Hülsen- und Nabenkörper einen winkligen Versatz auf. Dieser wirkt sich unmittelbar auf die Kontaktbedingungen von Naben- und Hülsen Zahn aus. Mit der Abbildung 11.1 werden drei explizite Positionen zueinander bei charakteristischen Drehwinkeln aufgezeigt. Herrührend aus diesem kinematisch bedingten Betriebszustand stellen sich auf den kontaktierten Zahnflanken Kräfte (im Achsschnitt) ein, die sich in der Wirkrichtung um den Winkel ϵ_z unterscheiden. In Richtung der Rotationsachse wirkenden Kräfte sind Naben- resp. Hülsenkörper zuzuordnen. Nachfolgend soll nun die Größenordnung in der Kippstellung ($\varphi = 90^\circ$) aufgezeigt werden, da dort die Verkipfung des Nabenzahnes gegenüber dem Hülsen Zahn am größten ist.

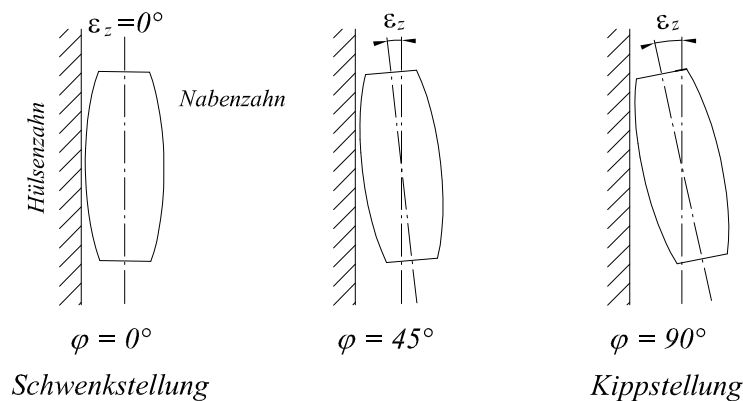


Abbildung 11.1: Schematische Darstellung eines gepaarten Naben- und Hülsenzahnes im Achsschnitt bei exponierten Drehwinkeln

Der sich einstellende Winkel ϵ_z zwischen der Zahnpaarung lässt sich nach dem Zusammenhang der Gleichung (11.2) ermitteln.

$$\epsilon_z(\varphi) = \epsilon \sin(\varphi) \quad \text{und damit ist} \quad \hat{\epsilon}_z = \epsilon(\varphi = 90^\circ) = \epsilon \quad (11.1)$$

Anhand der trigonometrischen Beziehung ist eine Abhängigkeit zwischen den Kräften auf der Nabenflanke F_{aN} und auf der Hülsenflanke F_{aH} im Achsschnitt unter Einbeziehung des Auslenkungswinkels ϵ vorzunehmen. Die Darstellung der wirkenden Normalkraft im Achsschnitt $F_n = F_t \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}$ ist aus der Abbildung 3.2 auf der Seite 6 entnommen.

$$\frac{F_{aH}}{F_{aN}} = \cos(\hat{\epsilon}_z) \quad (11.2)$$

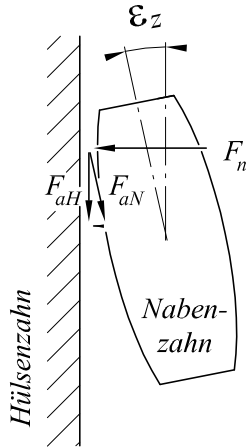


Abbildung 11.2: Achsschnitt mit wirkenden Kräften an Naben- und Hülsenflanke unter winkliger Verlagerung

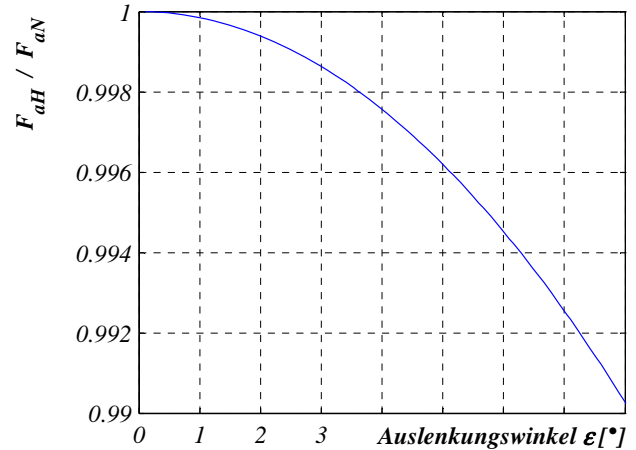


Abbildung 11.3: Axialkraftverhältnis von Hülsen- und Nabenzahn in Abhängigkeit des Auslenkungswinkels in der Kippstellung

Mit der Abbildung 11.2 steht die prinzipielle Darstellung bereit, die in der nebenstehenden Illustration (Abbildung 11.3) aufgearbeitet wurde. Vornehmlich erfahren die Verzahnungen Auslenkungen von bis zu 3° , so dass die resultierende Abweichung (F_{aH}/F_{aN}) kleiner als 0.2% ausfällt. In der weiteren Bearbeitung soll diese Disproportion aufgrund des sehr geringen Betrages vernachlässigt werden. Es gilt die Gleichung (11.3).

$$F_a = F_{aN} = F_{aH} \quad (11.3)$$

11.2 Belastungen auf die Anschlusskonstruktion

In den vorangestellten Betrachtungen (insb. die Abschnitte 4, 7 und 8) sind die Kraftwirkungen in der Verzahnung näher analysiert worden. Aus diesen inneren instationären Kräften resultieren letztlich Belastungen, die durch die Anschlusskonstruktion aufzunehmen sind.

Mit der Abbildung 11.4 wird der Weg des Kontaktpunktes schematisch auf der Naben Zahnflanke aufgezeigt. Farblich hinterlegt sind dabei die Orte höchster mechanischer Beanspruchung. In Anlehnung daran dient die Abbildung 11.5 zur Veranschaulichung der orthogonal zueinander

stehenden Flankenkräfte (tangential, radial, axial) bei unterschiedlichen Drehwinkelstellungen. Das kartesische Koordinatensystem $0_1 : x_1; y_1; z_1$ (Abbildung 3.3, Seite 7) rotiert mit dem dargestellten Zahn (bzw. Zahnpaarung).

Mit der Bewegung des belasteten Zahnpaars in Bezug auf die Anschlusskonstruktion (Lager) und der damit einhergehenden Kontaktpunktbewegung auf den Zahnflanken selbst soll die Abhängigkeit der inneren Belastungen noch einmal besonders herausgestellt werden.

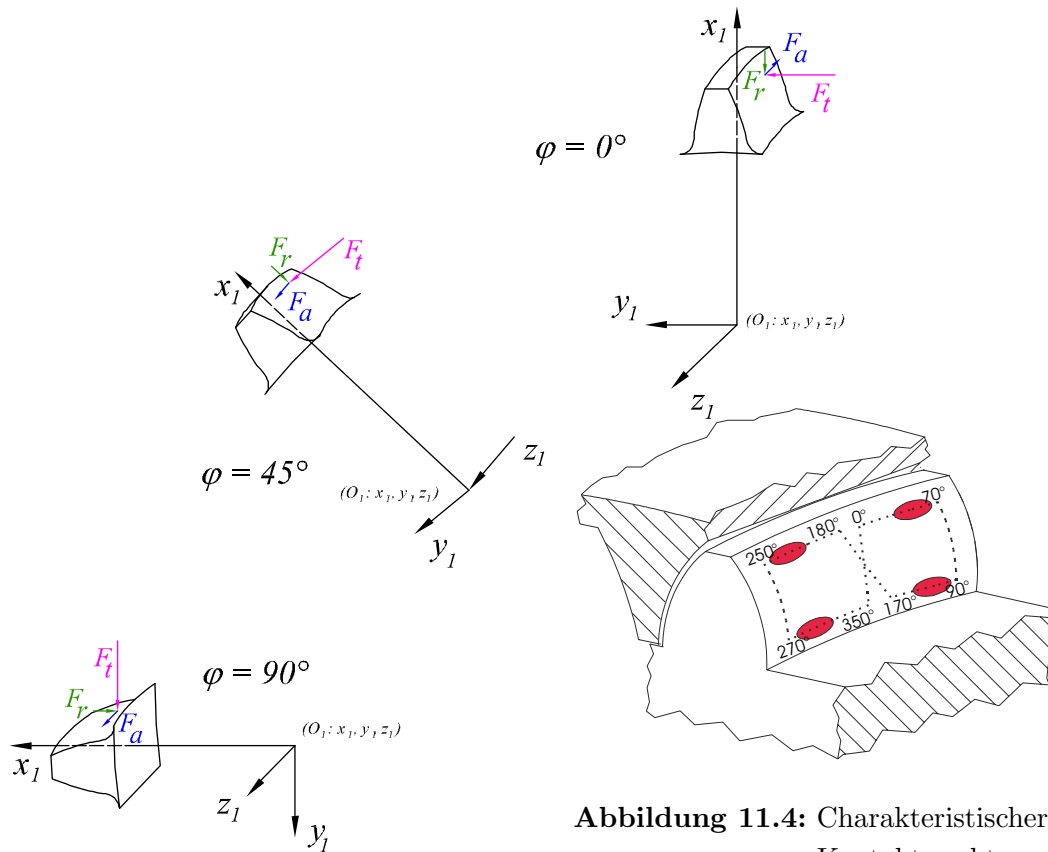


Abbildung 11.4: Charakteristischer Kontaktpunktweg

Abbildung 11.5: Nabenzahn bei unterschiedlichen Drehwinkeln mit den auf der Zahnflanke angreifenden Kräften

Das in der Abbildung 11.5 aufgezeigte Koordinatensystem $0_1 : x_1; y_1; z_1$ eines Nabenzahnes rotiert mit dem Zahn. Zur Ermittlung der auf die Lager wirkenden Belastung ist es erforderlich, den Kontaktpunkt (x_{Kp}, y_{Kp}, z_{Kp}) auf das nichtrotierende Koordinatensystem des Lagers zu transformieren. Vorgenommen wird dies anhand der Beziehung (11.6) in der die Translation entlang und die Rotation um die z_L -Achse (Abbildung 11.7) Berücksichtigung findet.

Zunächst soll jedoch die Rotation in der x_L - y_L -Ebene näher betrachtet werden. Zum besseren Verständnis dient die Abbildung 11.6. Darin ist das Lagerkoordinatensystem feststehend mit dem darin um den gemeinsamen Ursprung rotierenden Koordinatensystem des Nabenzahnes verbunden. Mit dem Kontakt- bzw. Kraftangriffspunkt (x_{Kp}, y_{Kp}, z_{Kp}) und dem Drehwinkel φ sollen die Belastungen auf die Anschlusskonstruktion, die aus den Kraftwirkungen am Zahn

hervorgehen, ermittelt werden. Um nun einen Zusammenhang zwischen den Koordinaten der beiden Koordinatensysteme herzustellen, muss das Zahnkoordinatensystem um den Winkel φ_{KS} gedreht werden. Zwischen φ und φ_{KS} stellt sich ein Winkel φ_Δ ein, der von den Koordinaten des Kontaktpunktes abhängt und ermittelt werden kann. In Fortführung dessen geht ein Ausdruck hervor, in dem die Koordinaten des Lagerkoordinatensystems lediglich von dem Drehwinkel φ und den Kontaktpunktkoordinaten abhängig sind.

Die Drehung des Koordinatensystems um den Winkel φ_{KS} bewirkt, dass der Kontaktpunkt mit dem Winkel φ in dem feststehenden Lagerkoordinatensystem umläuft.

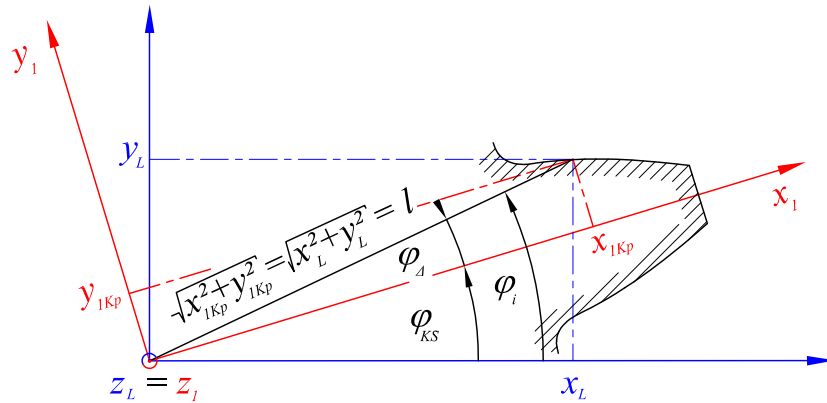


Abbildung 11.6: Transformation der Rotationsbewegung des Kontaktpunktes in das Lagerkoordinatensystem

Die Transformation der Kontaktpunktkoordinaten (x_{Kp}, y_{Kp}) des mit der Zahnpaarung rotierenden Koordinatensystems bezüglich des Lagerkoordinatensystems (vgl. Abbildung 11.6) kann formal anhand der Gleichung (11.4) vorgenommen werden.

$$\begin{pmatrix} x_L(\varphi_{KS}) \\ y_L(\varphi_{KS}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_{KS}) & -\sin(\varphi_{KS}) \\ \sin(\varphi_{KS}) & \cos(\varphi_{KS}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \quad (11.4)$$

Unter Beachtung der nachstehenden Beziehungen kann die Rotation auf den Zusammenhang der Gleichung (11.5) zurückgeführt werden.

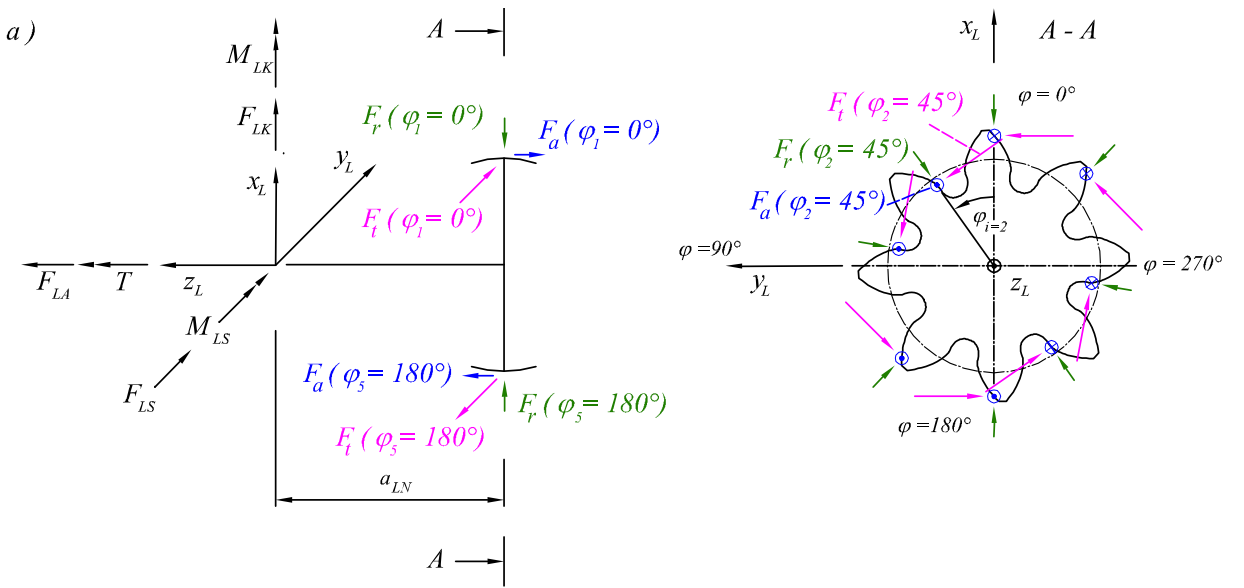
$$\begin{aligned} \varphi_{KS} &= \varphi_i - \varphi_\Delta & \cos(\varphi_\Delta) &= \frac{x_{1Kp}(\varphi, \epsilon)}{l} & x_1 &= x_{1Kp}(\varphi, \epsilon) \\ l &= \sqrt{x_{1Kp}^2(\varphi, \epsilon) + y_{1Kp}^2(\varphi, \epsilon)} & \sin(\varphi_\Delta) &= \frac{y_{1Kp}(\varphi, \epsilon)}{l} & y_1 &= y_{1Kp}(\varphi, \epsilon) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} x_L(\varphi_i, \epsilon) \\ y_L(\varphi_i, \epsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon) + y_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon)} \cdot \cos(\varphi_i) \\ \sqrt{x_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon) + y_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon)} \cdot \sin(\varphi_i) \end{pmatrix} \quad (11.5)$$

Zieht man letztlich nun noch den Anteil der sich aus der transitorischen Verschiebung in z -Richtung hinzu (siehe Abbildung 11.7), entsteht die Transformationsbeziehung der beiden Koordinatensysteme entsprechend der Gleichung (11.6).

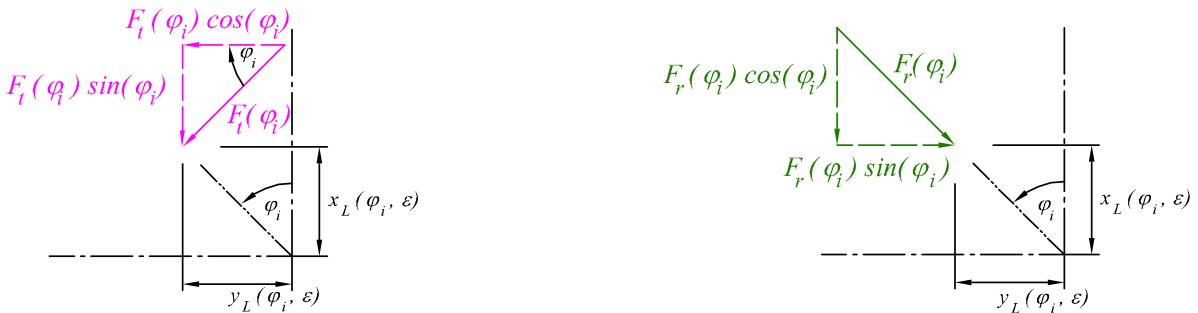
$$\begin{pmatrix} x_L(\varphi_i, \epsilon) \\ y_L(\varphi_i, \epsilon) \\ z_L(\varphi_i, \epsilon) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon) + y_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon)} \cdot \cos(\varphi_i) \\ \sqrt{x_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon) + y_{1Kp}^2(\varphi_i, \epsilon)} \cdot \sin(\varphi_i) \\ z_{1Kp}(\varphi_i, \epsilon) - a_{LN} \end{pmatrix} \quad (11.6)$$

Mit der zeitlichen ($\varphi = \omega \cdot t$) und betragsmäßigen Veränderlichkeit aller Zahnkräfte werden unter Zuhilfenahme der Abbildung 11.7 die Kräfte- und Momentengleichgewichte aufgestellt.



b) Zerlegung der Tangentialkraft $F_t(\varphi_i)$ in Schnitt A-A

c) Zerlegung der Radialkraft $F_r(\varphi_i)$ in Schnitt A-A



$F_t(\varphi_i)$...	Tangentialkraft der Zahnpaarung i	F_{LK}	...	Lagerkraft in der Kippebene
$F_r(\varphi_i)$...	Radialkraft der Zahnpaarung i	F_{LS}	...	Lagerkraft in der Schwenkebene
$F_a(\varphi_i)$...	Axialkraft der Zahnpaarung i	F_{LA}	...	Axiale Lagerkraft
φ_i	...	Drehwinkel der i -ten Zahnpaarung	x_L, y_L, z_L	...	Lagerkoordinatensystem

Abbildung 11.7: Zahnkräfte in der Kupplungsverzahnung und die resultierenden Rückstellwirkungen

Das Kräftegleichgewicht gibt die Gleichung (11.7) wieder. Es wirken die aus der Drehmomentübertragung herrührenden tangentialen und radialen Belastungen. Hinzu kommen die axialen Kraftwirkungen aus dem stationären Betrieb bzw. die aus der Axialverschiebung.

$$\begin{pmatrix} F_{LK}(\varphi_i) \\ F_{LS}(\varphi_i) \\ F_{LA}(\varphi_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) & 0 \\ -\cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \frac{F_{\Delta_a}}{\sum F_a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sum F_t \\ \sum F_r \\ \sum F_a \end{pmatrix} \quad (11.7)$$

Dabei sind nachstehende Vereinfachung heranzuziehen:

$$\begin{aligned} \sum F_t &= \sum_{i=1}^z F_t(\varphi_i) , \\ \sum F_r &= \sum_{i=1}^z F_r(\varphi_i) , \\ \sum F_a &= \sum_{i=1}^z F_a(\varphi_i) \quad \text{und} \\ F_{\Delta_a} &\text{ aus Gleichung (10.1).} \end{aligned}$$

Das Momentengleichgewicht ist in der Beziehung (11.8) ersichtlich. Anhand der Gleichung (11.6) können dann die Lagermomente unter Einbeziehung der Kontaktpunktbewegung formal formuliert werden. Dies führt auf die Gleichungen (11.9).

$$\begin{pmatrix} M_{LK}(\varphi_i) \\ M_{LS}(\varphi_i) \\ T(\varphi_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \sum -F_a & \sum (F_{tc} - F_{rs}) \\ \sum F_a & 0 & \sum (-F_{rc} - F_{ts}) \\ \sum (F_{rs} - F_{tc}) & \sum (F_{ts} + F_{rc}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_L(\varphi_i, \epsilon) \\ y_L(\varphi_i, \epsilon) \\ z_L(\varphi_i, \epsilon) \end{pmatrix} \quad (11.8)$$

Hierin bedeuten:

$$\begin{aligned} \sum F_{tc} &= \sum_{i=1}^z F_t(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_i) , \\ \sum F_{ts} &= \sum_{i=1}^z F_t(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) , \\ \sum F_{rs} &= \sum_{i=1}^z F_r(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_i) , \\ \sum F_{rc} &= \sum_{i=1}^z F_r(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) \quad \text{und} \\ \sum F_a &= \sum_{i=1}^z F_a(\varphi_i) . \end{aligned}$$

Auch an dieser Stelle finden aus Gründen der Übersichtlichkeit folgende Abkürzungen Anwendung.

$$\begin{array}{lll}
x_{Kp\varphi} & = & x_{1Kp}(\varphi_i, \epsilon) & y_{Kp\varphi} & = & y_{1Kp}(\varphi_i, \epsilon) & z_{Kp\varphi} & = & z_{1Kp}(\varphi_i, \epsilon) \\
F_{tc} & = & F_t(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_i) & F_{rc} & = & F_r(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_i) & F_{ac} & = & F_a(\varphi_i) \cdot \cos(\varphi_i) \\
F_{ts} & = & F_t(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) & F_{rs} & = & F_r(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) & F_{as} & = & F_a(\varphi_i) \cdot \sin(\varphi_i) \\
F_{t\varphi} & = & F_t(\varphi_i) & F_{r\varphi} & = & F_r(\varphi_i) & F_{a\varphi} & = & F_a(\varphi_i)
\end{array}$$

In der Gleichung (11.8) sticht hervor, dass scheinbar auch die Radialkraft anteilig an der Drehmomentenübertragung beteiligt ist. Infolge der Einbeziehung der wirksamen Hebel, siehe Gleichung 11.6, führt der Radialkraftterm letztlich auf den Wert Null, Gleichung (11.9f).

$$F_{LA}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z F_{a\varphi} + F_{\Delta_a\varphi} \quad \text{mit } F_{\Delta_a} \text{ aus Gleichung (10.1)} \quad (11.9a)$$

$$F_{LK}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \{F_{rc} - F_{ts}\} \quad (11.9b)$$

$$F_{LS}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \{-F_{tc} + F_{rcs}\} \quad (11.9c)$$

$$M_{LK}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \left\{ (F_{tc} - F_{rs}) \cdot (z_{Kp\varphi} - a_{LN}) - F_{as} \cdot \sqrt{x_{Kp\varphi}^2 + y_{Kp\varphi}^2} \right\} \quad (11.9d)$$

$$M_{LS}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \left\{ (-F_{rc} - F_{ts}) \cdot (z_{Kp\varphi} - a_{LN}) + F_{ac} \cdot \sqrt{x_{Kp\varphi}^2 + y_{Kp\varphi}^2} \right\} \quad (11.9e)$$

$$T(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \left\{ -F_{t\varphi} \cdot \sqrt{x_{Kp\varphi}^2 + y_{Kp\varphi}^2} \right\} \quad (11.9f)$$

Bei Verzahnungen, die keine fertigungsbedingten Abweichungen von der Idealflanke aufweisen, ergibt die Aufsummierung der Radial- bzw. Axialkraftkomponenten den Wert Null. Dies begründet sich in der symmetrischen Anordnung und setzt weiterhin eine gerade Anzahl von Zahnpaarungen voraus. Bei den hier vorliegenden Betrachtungen erfahren die Kräfte am Zahn eine Zerlegung in ihre Komponenten in Abhängigkeit des Winkels φ_i . Die Tatsache, dass keine Lagerkräfte bei Verzahnungen ohne Fertigungseinfluss vorliegen, bleibt dabei nicht beeinträchtigt. Für abweichungsfreie Verzahnungen gilt:

$$\sum_{i=1}^z F_{tc} = 0, \quad \sum_{i=1}^z F_{ts} = 0, \quad \sum_{i=1}^z F_{rc} = 0, \quad \sum_{i=1}^z F_{rs} = 0 \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^z F_{a\varphi} = 0. \quad (11.10)$$

Anders als bei den Kräften im Lager verhält es sich mit den Momentbelastungen dort. Die Aufsummierung der axialen Kraftwirkung am Zahn führt zwar auch auf den Wert Null, jedoch wird mit dem Vorzeichenwechsel ein Moment in der Kipp- bzw. Schwenkebene eingetragen. Dies

geschieht auch ohne Vorhandensein eines Fertigungsfehlers, Gleichungen (11.9d) und (11.9e). Exemplarisch aufgezeigt ist dieser Sachverhalt in der Abbildung 11.8. Die von der Lagerung zu kompensierenden Belastungen sind dabei vergleichsweise gering.

Für die einzelnen Terme der Momentengleichgewichte (Gleichungen (11.9d) und (11.9e)) gilt bei abweichungsfreien und abweichungsbehafteten Verzahnungen gleichermaßen:

$$\sum_{i=1}^z \left\{ (F_{tc} - F_{rs}) \cdot (z_{Kp\varphi} - a_{LN}) \right\} \neq 0 \quad (11.11a)$$

$$\sum_{i=1}^z \left\{ F_{as} \cdot \sqrt{x_{Kp\varphi}^2 + y_{Kp\varphi}^2} \right\} \neq 0 \quad (11.11b)$$

$$\sum_{i=1}^z \left\{ (-F_{rc} - F_{ts}) \cdot (z_{Kp\varphi} - a_{LN}) \right\} \neq 0 \quad (11.11c)$$

$$\sum_{i=1}^z \left\{ F_{ac} \cdot \sqrt{x_{Kp\varphi}^2 + y_{Kp\varphi}^2} \right\} \neq 0 \quad (11.11d)$$

Die Abbildung 11.8 zeigt Lagermomente bei steigenden Fertigungsabweichungen auf. Einhergehend damit wachsen auch die Amplituden. Zur übersichtlicheren Darstellung sind hierbei Extremwerte identischen Drehwinkeln zugeordnet worden. Die Lage der Maximalwerte ist von der zu Grunde liegenden Steckvariante (Fertigungsabweichungen) abhängig. Unbeeinträchtigt davon sind jedoch die Verknüpfung zwischen den Lagerkräften und \sim momenten gleicher Qualität.

Deutlich erkennbar ist der harmonische Verlauf der Lagermomente. Ursächlich dafür ist die vollständige Umdrehung aller abweichungsbehafteten Zahnpaarungen. Der Ordinatenwert (Lagermoment) ist auf das anliegende Drehmoment normiert. Auf diese Weise wird die mögliche Größenordnung sehr anschaulich.

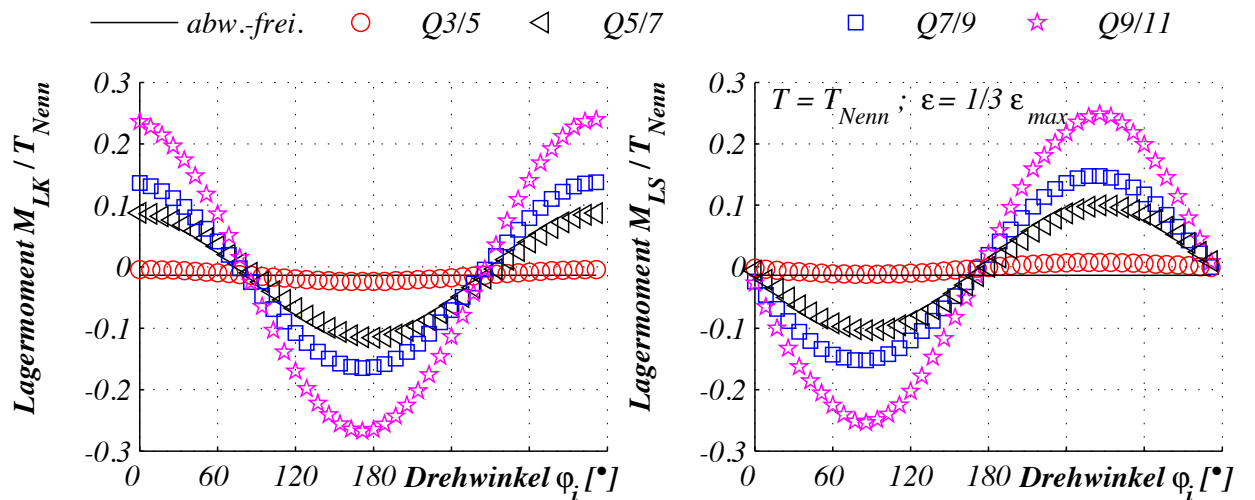


Abbildung 11.8: Lagermomente in der Kipp- und Schwenkebene in Abhängigkeit der Fertigungsqualität - $a_{LN} = 2 \cdot d_0$ und $n = 1/2n_{max}$

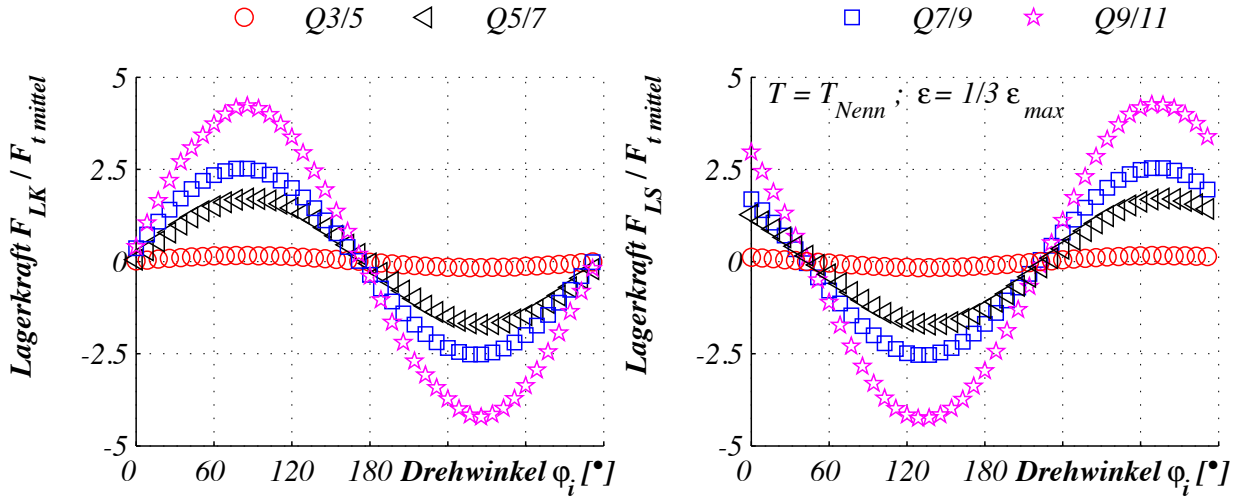


Abbildung 11.9: Lagerkräfte in der Kipp- und Schwenkebene in Abhängigkeit der Fertigungsqualität

In jedem Fall zeigt sich einmal mehr, dass mit erhöhten Fertigungsanstrengungen die Rückwirkung auf die Anschlusskonstruktion nachhaltig positiv beeinflusst werden kann.

Wie schon aus den zuvor dargelegten Zusammenhängen zu erwarten ist, weisen auch die Lagerkräfte (Abbildung 11.9) identische Wirkungen hinsichtlich der Verzahnungsqualität auf. Entsprechend der Beziehungen (11.10) treten bei idealen Verzahnungen keine Lagerkräfte auf.

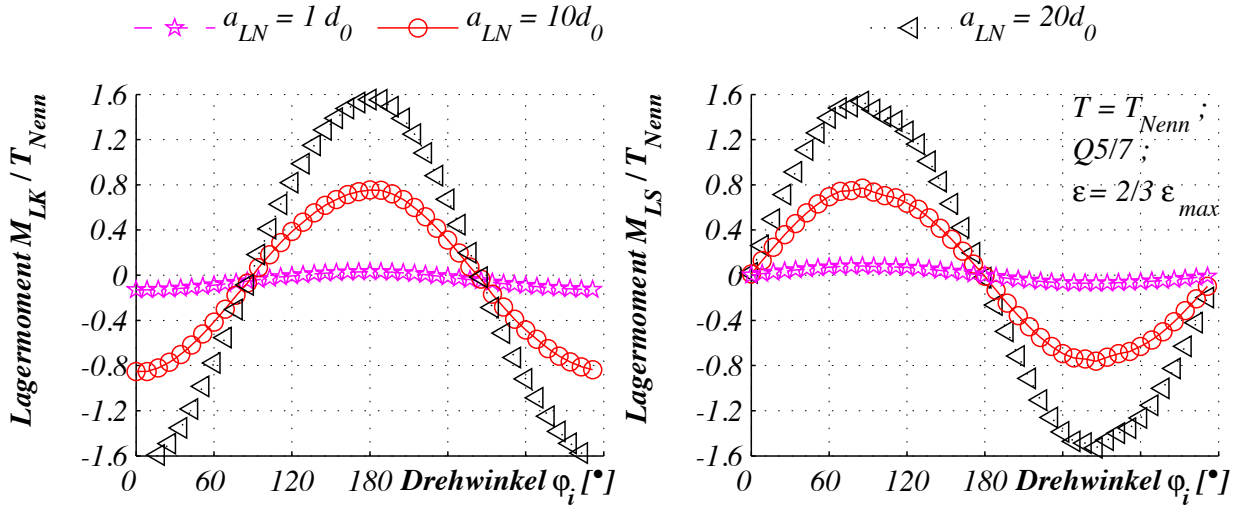


Abbildung 11.10: Lagermomente in der Kipp- und Schwenkebene in Abhängigkeit der Lagerabstandes $a_{LN} - n = 1/2 n_{\text{max}}$

Mit der Abbildung 11.10 ist die Wirkung eines weiteren konstruktiven Parameters aufgezeigt, der Abstand der Lagerung a_{LN} zum Koordinatensystem des Nabenzahnes (Abbildung 10.2, Seite 88). Ein Anwachsen dieses Parameters zieht unweigerlich auch steigende Amplituden der Lagermomente nach sich.

$$F_{LA}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z F_{a\varphi} + F_{\Delta_a\varphi} \quad \text{mit } F_{\Delta_a} \text{ aus Gleichung (10.1)} \quad (11.12a)$$

$$F_{LK}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \{F_{rc} - F_{ts}\} \quad (11.12b)$$

$$F_{LS}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \{-F_{tc} - F_{rs}\} \quad (11.12c)$$

$$M_{LK}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \left\{ (F_{tc} - F_{rs}) \cdot (-a_{LN}) - F_{as} \cdot x_{Kp\varphi} \right\} \quad (11.12d)$$

$$M_{LS}(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z \left\{ (-F_{rc} - F_{ts}) \cdot (-a_{LN}) + F_{ac} \cdot x_{Kp\varphi} \right\} \quad (11.12e)$$

$$T(\varphi_i) = \sum_{i=1}^z -F_{t\varphi} \cdot x_{Kp\varphi} \quad (11.12f)$$

Aufgrund von geometrischen Relationen sind Vereinfachungen möglich. Zum einen ist $y_{Kp} \ll x_{Kp}$ (halbe Zahndicke \ll Teilkreisradius) und damit übt y_{Kp} lediglich einen sehr schwachen Einfluss aus. Weiterhin ist $z_{Kp} \ll a_{LN}$ (halbe Zahnbreite \ll Abstand Lager und Verzahnung), so dass $a_{LN} \approx a_{LN} \pm z_{Kp}$. Mit diesen Vereinfachungen entstehen die Gleichungen (11.12) zur Bestimmung der Rückwirkungen auf die Anschlusskonstruktion. Liegt eine Reihenschaltung zweier Kupplungsverzahnungen vor, so sind die zuvor dargelegten Betrachtungen hinsichtlich der Auswirkungen der Einbausituation aus Abschnitt 10 in Abhängigkeit des jeweiligen Anwendungsfallles noch einzubinden, vgl. Gleichungen (11.9). Liegt keine eindeutig definierte Anordnung vor, ist anhand der Z-Anordnung zu bemessen.

12 Darstellung des Versuchsanordnung und der Durchführung der experimentellen Untersuchungen

12.1 Aufbau und Funktionsweise der Prüfkupplung auf dem Kuppungsverspannprüfstand

In den vorangestellten Abschnitten sind Betrachtungen zu den inneren Belastungen einer Kuppungsverzahnung und Auswirkungen auf das Betriebsverhalten respektive die Anschlusskonstruktion vorgenommen worden. Um nun die entwickelten Berechnungsmodelle letztlich bestätigen zu können, wurde eine Prüfeinrichtung konstruiert und fertigungstechnisch umgesetzt.

Zur Messung der Zahnkräfte sind zwei Quarzsensoren (Kraftsensor 1 und 2 in Abbildung 12.1) in den Nabenkörper eingebracht. Diese haben den Vorteil, dass sie über eine sehr geringe Verformung eine Ladung erzeugen. Weiterhin sind die Zähne mit Thermoelementen versehen, um den Verlauf der Zahnmittentemperatur erfassen zu können.

Mit der konstruktiven Änderung der Prüfkupplung (vgl. Abbildung 12.1) gegenüber einer Serienkupplungsverzahnung war es erforderlich, unter Beibehaltung der Symmetrie, die Anzahl der tragenden Zahnpaarungen zu reduzieren. Aus dieser Modifikation heraus ist das Nenndrehmoment für die Nabenverzahnung herabzusetzen (vg. Tabelle 3.1, Seite 10), um die äquivalente Zahnbelastung entsprechend einer Serienkupplung zu realisieren.

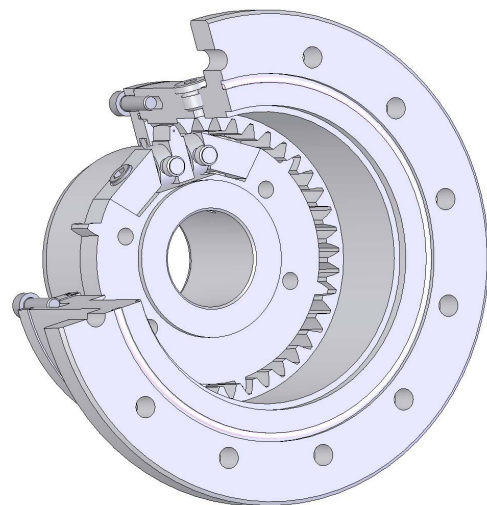
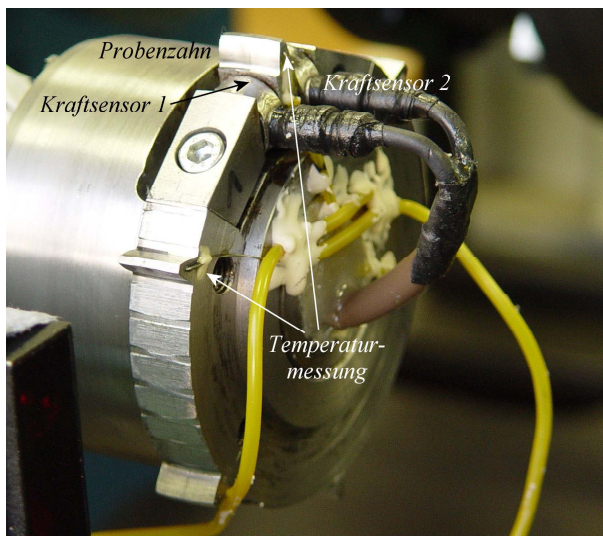


Abbildung 12.1: Detailansicht des modifizierten Nabenkörpers mit den beiden 3-Komponenten-Kraftsensoren und den Thermoelementen

Die in der Abbildung 12.1 dargestellte modifizierte Nabenverzahnung wird mit einer Serienhülsenverzahnung gepaart und mit einer verlagerungsfähigen Kupplungsebene in Reihe geschaltet. Den Aufbau veranschaulicht die Abbildung 12.2. Zwischen einer Antriebs- und einer Abtriebswelle befinden sich die Zahnkupplungen. Eingeleitet wird das Drehmoment über die Antriebswelle in die Kupplungsverzahnung. Dort teilt sich das Drehmoment auf die tragenden Zahnpaarungen unter Ausgleich des radialen Versatzes auf.

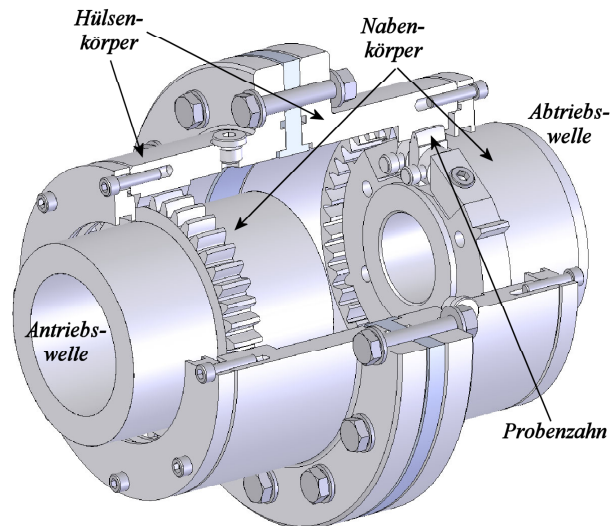


Abbildung 12.2: Reihenschaltung zweier Verzahnungen zur Messung der mechanischen Belastungen am Einzelzahn

Für die experimentellen Untersuchungen von Kupplungsverzahnungen ist ein Zwei-Wellen-Ver-spannprüfstand entwickelt worden. Die Abbildung 12.3 zeigt ein 3D-Modell mit den einzelnen Komponenten. Zwei Wellenstränge (langsam- bzw. schnelllaufend) werden stirnseitig durch zwei Getriebe begrenzt.

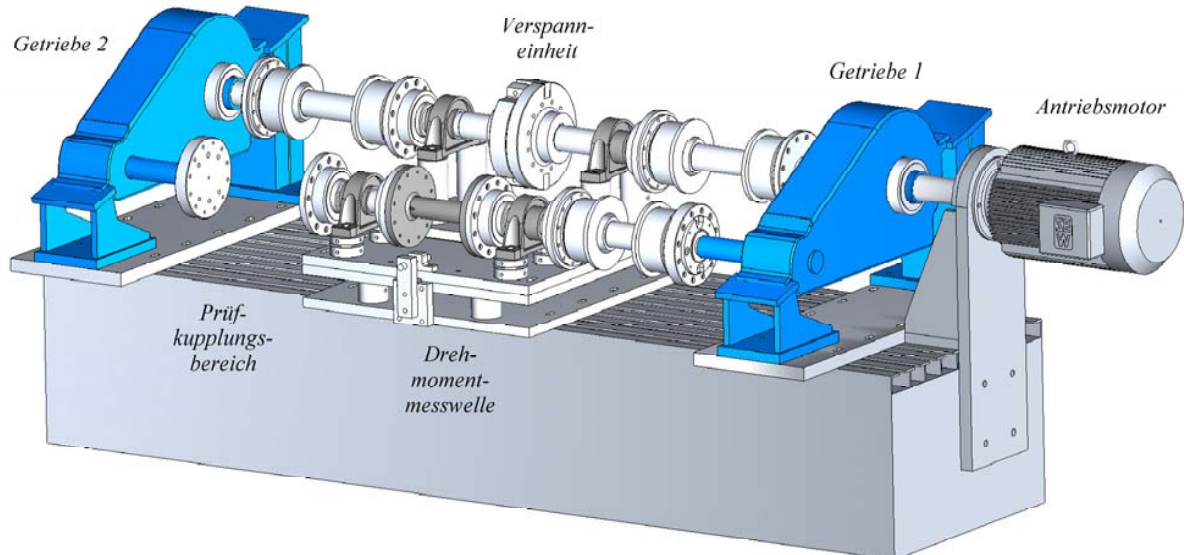


Abbildung 12.3: Gesamtansicht des Kupplungsverspannprüfstandes

Zur Eintragung des Drehmomentes ist in dem langsamlaufenden Wellenstrang eine Verspanneinheit integriert. Durch ein entgegengesetztes Verdrehen der Wellenenden wird schließlich die rotatorische Verspannung realisiert. Vorteilhaft ist die Anordnung im langsamlaufenden Strang, da dort nur geringe Verspannwege erforderlich sind, wohingegen relativ hohe Momente auf-

zubringen sind. In der Mitte ist ein Verschiebetisch montiert der eine radiale Verschiebung der mittleren Tischplatten realisiert (vgl. Abbildung 12.3). Infolge der Verschiebung wird eine definierte Auslenkung der Prüfkupplung (Prüfkupplungsbereich) erreicht. Zur Verbindung zum Getriebe 1 ist eine weitere verlagerungsfähige Kupplung (Ausgleichskupplung) notwendig. In dem Wellenabschnitt des schnelllaufenden Wellenstranges auf dem Schiebetisch ist eine Drehmomentenmesswelle integriert, mit der das anliegende Drehmoment messtechnisch ermittelt werden kann. Dieses Moment entspricht dem in die Verspanneinheit eingeleiteten und um den Faktor des Übersetzungsverhältnis herabgesetzten Drehmoment. Vorteilhaft an diesem geschlossenen Wellenstrang ist, dass im stationären Betrieb durch die Antriebseinheit lediglich die Verlustleistung der Getriebe aufzubringen ist.

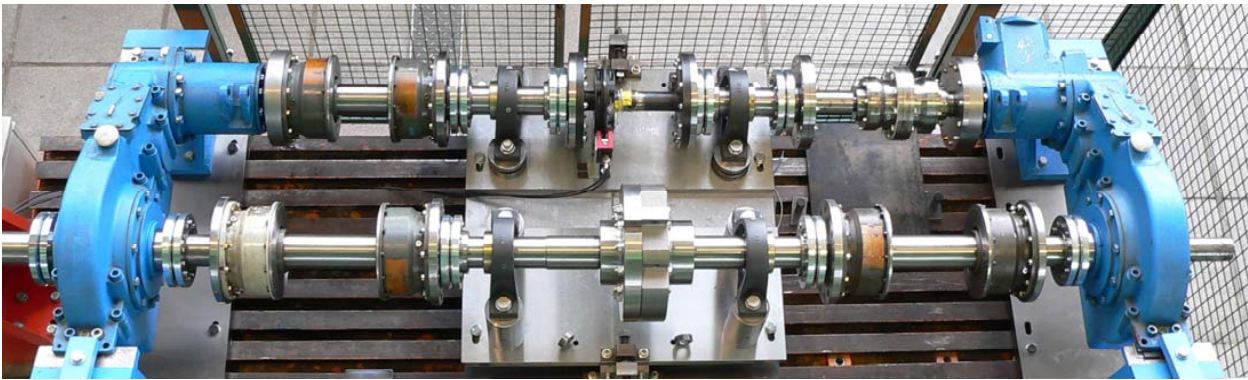


Abbildung 12.4: Wellenstränge mit den stirnseitigen Getrieben

Die realen Wellenstränge mit den einzelnen Komponenten sind in der Abbildung 12.4 dargestellt. Zusätzlich ist auf der Messwelle eine Telemetrieanlage angebracht, wodurch eine berührungslose Signalübertragung von der rotierenden Welle hin zum Messrechner gewährleistet werden kann.

12.2 Versuchsergebnisse

In den Abschnitten 12.2.1 bis 12.2.3 werden Messergebnisse exemplarisch mit öl- und fettgeschmierten Kupplungsverzahnungen gleichermaßen aufgezeigt (Schmierstoffe s. Abschnitt 3.2, Seite 12). Die zu beobachtenden Charakteristiken treten unabhängig von den verwendeten Schmierstoffen auf. Es werden exponierte Belastungskombinationen dargestellt und analysiert, da es aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht möglich ist, alle Daten zu visualisieren. Eine weitaus umfangreichere Darstellung der gewonnenen Messdaten ist in [Globig 06] zu finden. Eine unmittelbare Gegenüberstellung der Schmierungsvarianten erfolgt ausführlich in dem Abschnitt 12.2.3.

12.2.1 Belastungen auf der Nabeflanke

Die Abbildung 12.6 zeigt auf der linken Ordinate die Tangentialkraft $F_t(\varphi)$. Demgegenüber ist auf der rechten Ordinate die Axialkraft $F_a(\varphi)$ abgetragen. Erreicht werden die Extremwerte der

Tangentialkraft erwartungsgemäß in den Kippstellungsbereichen ($\varphi \approx 90^\circ$ bzw. $\varphi \approx 270^\circ$). Hin zu den Schwenkstellungsbereichen ($\varphi \approx 180^\circ$ bzw. $\varphi \approx 360^\circ$) findet eine Reduzierung statt, da in diesen Bereichen aus der Kinematik heraus geringere Traganteile vorzufinden sind. Konträr dazu erreicht der Axialkraftverlauf gerade in den Schwenkstellungen seine Extremwerte.

Zur Verdeutlichung der Übereinstimmung der Messergebnisse mit den charakteristischen Zahnkraftverläufen soll auf die Abbildung 12.5 verwiesen werden. Mit der Abbildung 12.5 wird der Weg des Kontaktpunktes entsprechend der „Kontaktpunktacht“ auf der Zahnflanke unter einem Auslenkungswinkel $\epsilon \neq 0$ bei einer vollen Umdrehung eines Einzelzahnes anschaulich aufgezeigt. Dementsprechend kann jedem Kontaktbereich auf der Flanke eine Belastungskomponente zugeordnet werden. Die Orte höchster mechanischer Beanspruchungen sind farbig unterlegt ($\varphi \approx 60^\circ \dots 70^\circ$ und $90^\circ \dots 100^\circ$ bzw. $\varphi \approx 240^\circ \dots 250^\circ$ und $270^\circ \dots 280^\circ$). Zieht man den Tangentialkraftverlauf der Abbildung 12.6 hinzu, so sind gerade in diesen Drehwinkelbereichen die größten Belastungen vorzufinden.

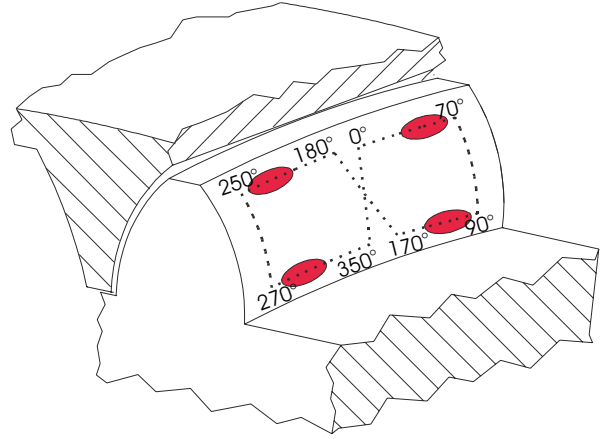


Abbildung 12.5: Charakteristischer Kontaktpunkt-
weg

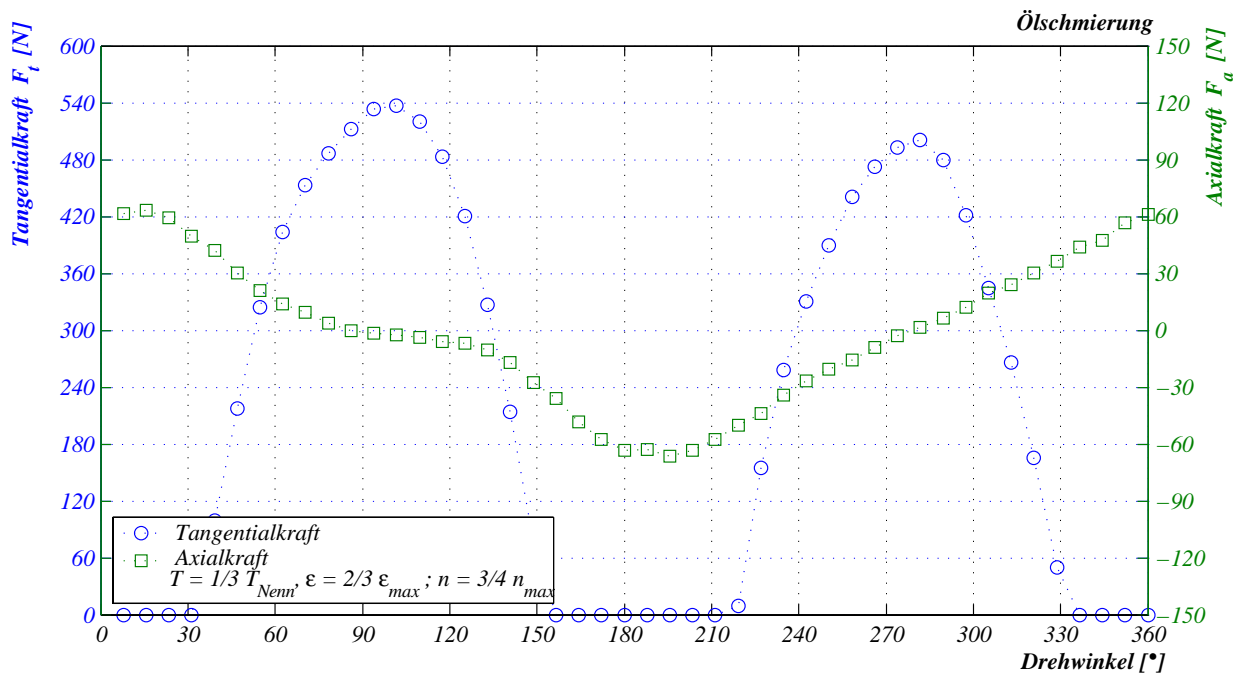


Abbildung 12.6: Messtechnisch ermittelter Tangential- und Axialkraftverlauf bei $T = 1/3 T_{Nenn}$, $\epsilon = 2/3 \epsilon_{max}$ und $n = 3/4 n_{max}$

Gleichwohl weist die Axialkraft einen Verlauf auf, der einer Diskussion hinsichtlich der Kontaktpunktbewegung stand hält. Der Kontaktpunkt bewegt sich vornehmlich in Zahnbreiten-

richtung (vgl. Abbildung 12.5). Zwischen $\varphi \approx 70^\circ \dots 90^\circ$ findet eine Richtungsumkehr der Kontaktpunktbewegung in Zahnbreitenrichtung statt, dementsprechend muss in diesem Drehwinkelbereich auch eine Vorzeichenumkehrung des Axialkraftverlaufes vorliegen. Erst wenn der Kontaktpunkt an der gegenüberliegenden Zahnseite ($\varphi \approx 250^\circ \dots 270^\circ$) angelangt ist, kommt es wiederum zu einem Vorzeichenwechsel. Somit weisen Axialkraft und Kontaktpunktbewegung hinsichtlich ihrer Charakteristik den erwarteten Zusammenhang auf.

Ein Anstieg des Auslenkungswinkels und der Drehzahl lässt einen Verbesserung des Tribozustandes und damit sinkende Axialkräfte erwarten. Beide Belastungsparameter ziehen eine Anhebung der Gleitgeschwindigkeit nach sich (Gleichung (5.1), Seite 19).

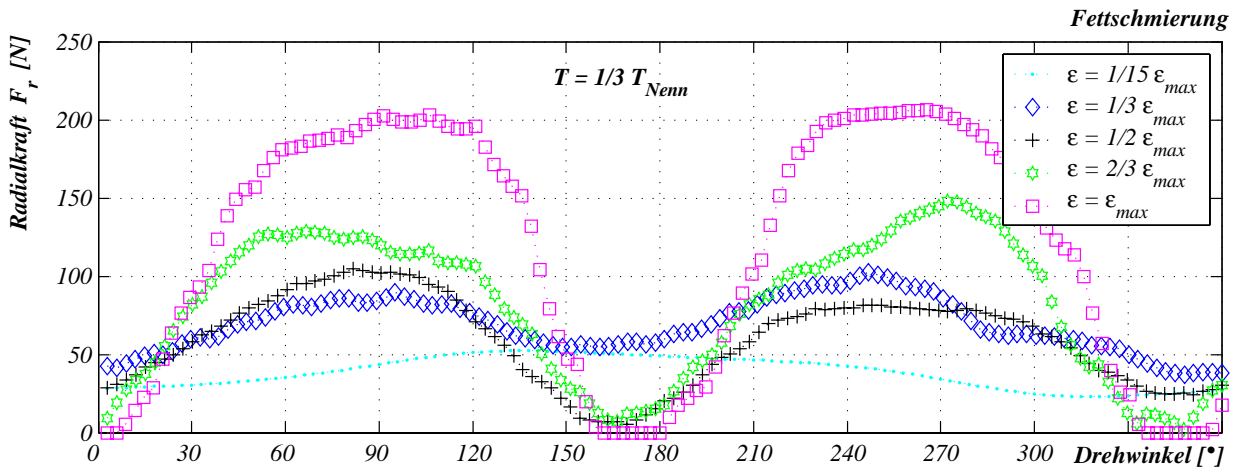


Abbildung 12.7: Messtechnisch ermittelte Radialkraft $F_r(\varphi)$

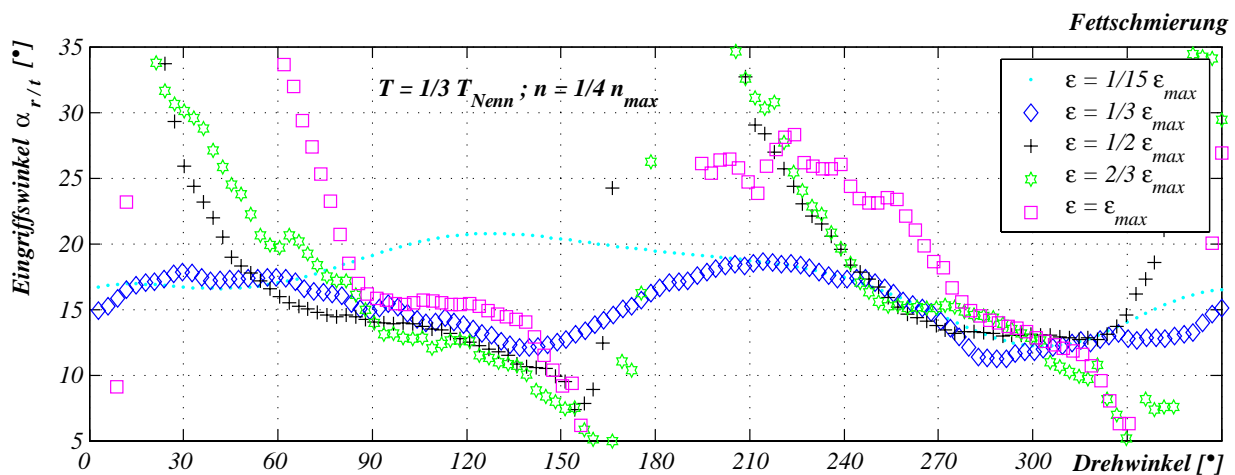


Abbildung 12.8: Eingriffswinkel α aus dem Quotienten von messtechnisch ermittelter Radialkraft F_r und Tangentialkraft F_t

Neben der tangentialen und der axialen Belastung sind auch die in radialer Richtung auftretenden Kräfte messtechnisch erfasst worden. Mit der Abbildung 12.7 ist der Einfluss der Auslenkung auf diese Größe veranschaulicht. In gleicher Weise ziehen steigende Auslenkungen

wachsende Maximalwerte bei Tangential- und Radialkraft nach sich. Verknüpft sind beide Belastungen durch den Eingriffswinkel. Daher ist in der Abbildung 12.8 der Quotient aufgezeigt und macht den Bereich deutlich in dem der Eingriffswinkel über der Zahnhöhe variiert. Die in der Abbildung 12.8 auftretenden Werte stimmen grundsätzlich mit denen aus den Geltungsbereichen der Gleichungen (8.3) und (8.4) auf Seite 71 überein. Eine Validität der experimentellen Untersuchungen kann dahingehend festgestellt werden.

Anhand der Darstellung (Abbildung 12.8) kann unter Einbeziehung der Abbildung 8.1 (Seite 70) die vornehmlich auftretenden Kopf- bzw. Fußträger der verwendeten Verzahnung wiedergegeben und bestätigt werden. Wird zusätzlich die „Kontaktpunktachse“ (Abbildung 12.5) herangezogen, können auch die Orte höchster mechanischer Beanspruchung vorgefunden werden. Weiterhin wird deutlich, dass bei größeren Auslenkungswinkeln ($\epsilon \geq 1/2\epsilon_{max}$) demnach ein Kontakt im Fuß- bzw. Kopfbereich stattfindet.

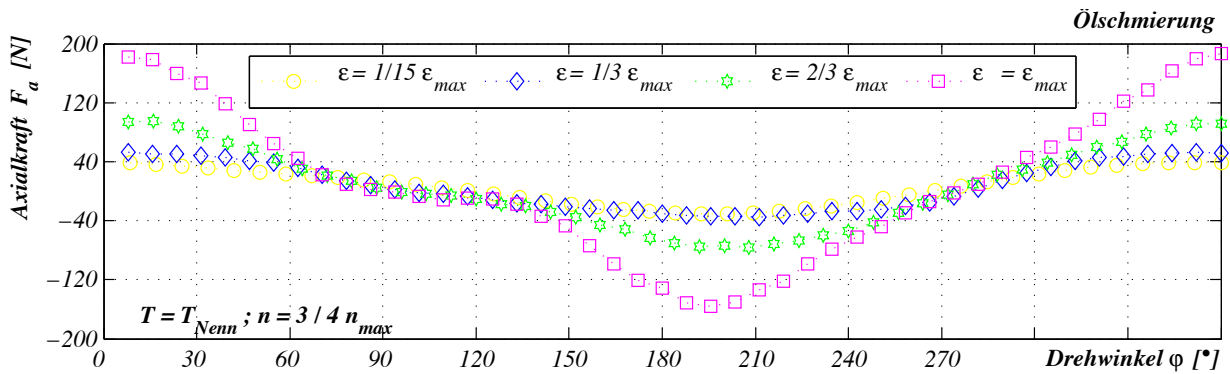


Abbildung 12.9: Messtechnisch ermittelte Axialkraft F_a bei unterschiedlichen Auslenkungswinkeln ϵ

In der Abbildung 12.9 sind Axialkräfte, die anhand der Versuchsanordnung aus Abschnitt 12.1 gewonnen wurden, über dem Drehwinkel aufgetragen. Mit betragsmäßig ansteigenden Auslenkungswinkeln ϵ nehmen auch die Extremwerte der Axialkräfte F_a zu. Erwartungsgemäß geht mit zunehmender Auslenkung eine Verbesserung des Tribozustandes einher und ziehen folglich sinkende Reibwerte nach sich. Da aber infolge des Auslenkungsanstieges ($\epsilon \uparrow$) auch die Extremwerte der Belastungen auf der Zahnflanke stark zunehmen, werden die Axialkräfte hiervon dominiert.

12.2.2 Reibwertverläufe aus den Zahnkräften

Ein direkter Vergleich der Kraftverläufe über dem Drehwinkel soll zur Untersuchung der Tribobedingungen herangezogen werden. Die experimentell erschlossenen axialen Zahnkräfte werden zu den auftretenden tangentialen Belastungen am Zahn in das Verhältnis gesetzt. Dieser Quotient der Gleichung (12.1) wird nachfolgend als Reibwert $\mu_{a/t}(\varphi)$ bezeichnet.

$$\mu_{a/t}(\varphi) = \frac{F_a(\varphi)}{F_t(\varphi)} \quad (12.1)$$

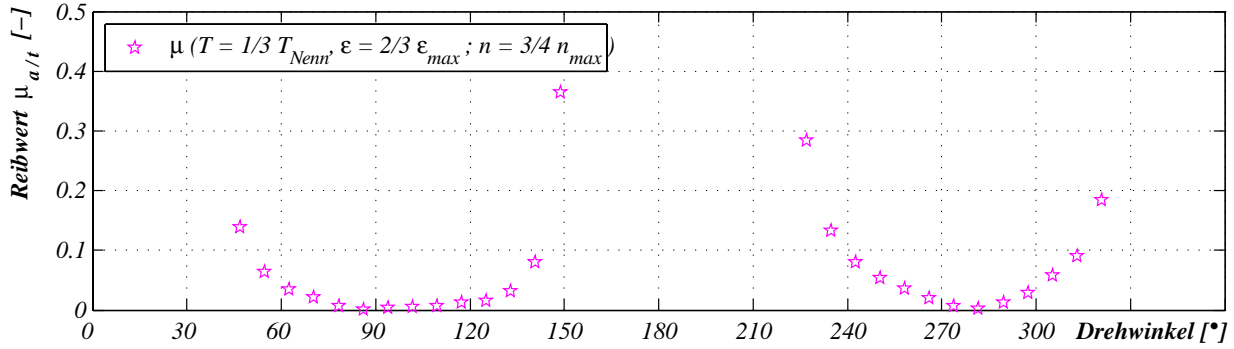


Abbildung 12.10: Reibwertverlauf bei $T = 1/3 T_{Nenn}$, $\epsilon = 2/3 \epsilon_{max}$ und $n = 3/4 n_{max}$

Der Reibwertverlauf zeigt den Sachverhalt auf, den die Verläufe von $F_a(\varphi)$ und $F_t(\varphi)$ erwarten lassen, Abbildung 12.6. Mit sinkender Tangentialkraft ($F_t(\varphi) \rightarrow 0$) ist ein Anstieg der Axialkraft ($F_a(\varphi) \uparrow$) zu beobachten. Folglich muss der Reibwert $\mu_{a/t}(\varphi)$ in diesen Bereichen stark anwachsen. Hinzu kommt, dass der Axialkraftverlauf in den Kippstellungsbereichen, entsprechend der Kontaktpunktbewegung, einen Vorzeichenwechsel (Richtungsumkehr) erfährt. Der Reibwertverlauf weist in diesen Bereichen (Kippstellungen: $\varphi = 90^\circ$ bzw. 270°) sein Minimum auf. Dieser Zusammenhang liegt bei unterschiedlicher Kombination der Belastungsparameter vor. Dazu ist ein Belastungsfall exemplarisch in der Abbildung 12.10 aufgeführt.

Mit wachsenden Auslenkungswinkeln stellen sich günstigere tribologische Bedingungen (Abbildung 12.11) ein. Bei der Betrachtung des Reibwertverlaufes finden nun beide Kraftverläufe Eingang. Mit Anhebung des Auslenkungswinkels geht ein Anwachsen von Tangential- und Axialkraft einher. Da die Tangentialkraft jedoch einen stärkeren Anstieg erfährt, folgt für den Quotienten aus Axial- und Tangentialkomponente (Reibwert) eine Reduzierung des Funktionswertes bei steigendem Auslenkungswinkel. Deutlich spiegelt sich dies in den Reibwertverläufen der Abbildung 12.11 wider.

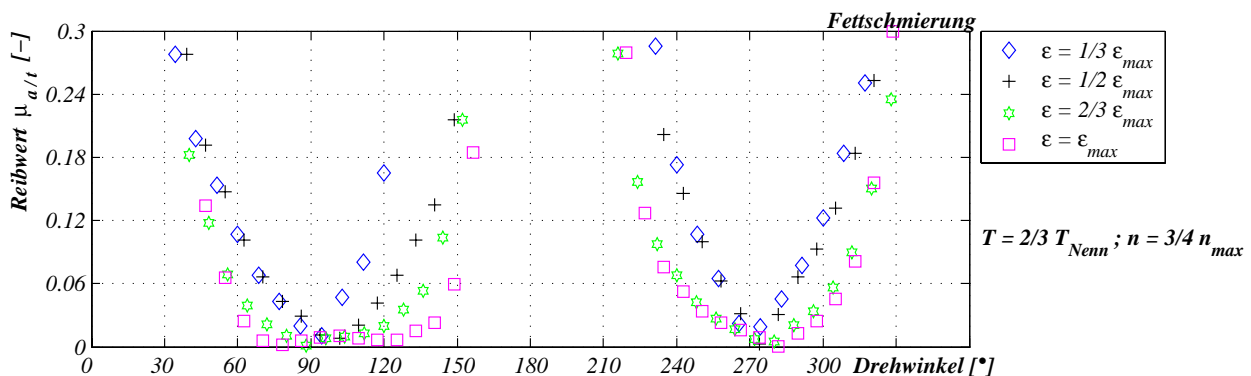


Abbildung 12.11: Auslenkungseinfluss auf die Reibwertverläufe in Abhängigkeit des Drehwinkels bei $T = T_{Nenn}$ und $n = 1/2 n_{max}$

Im Gegensatz zu den vorangestellten Darlegungen wird nachfolgend eine veränderliche Betriebsdrehzahl zu Grunde gelegt. Es erfolgt eine nahezu konstante rotatorische Beschleunigung des

eingebetteten Probenzahnes. Mit zunehmender Drehzahl wird vornehmlich die Gleitgeschwindigkeit erhöht und infolge zunehmender Fliehkräfte steigt der Druck des Schmierstoffes in der Verzahnung. Damit wird die Bildung hydrodynamischer Schmierzustände begünstigt. Tendenziell resultieren dementsprechend sinkende Reibwerte.

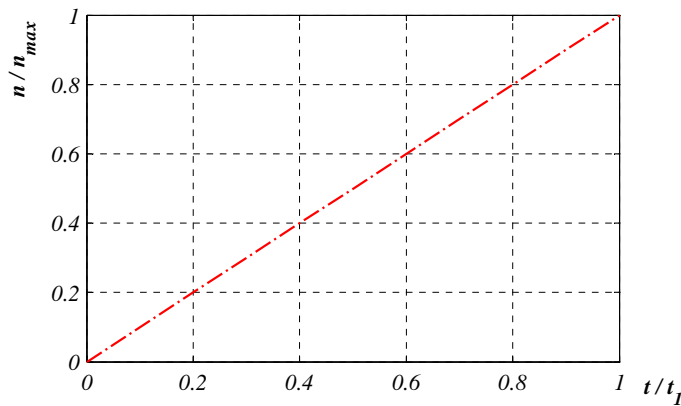


Abbildung 12.12: Drehzahlsteigerung

Die Stribeckkurve beschreibt den Verlauf der Reibkraft in Abhängigkeit von der Reibgeschwindigkeit (Gleitgeschwindigkeit = Differenzgeschwindigkeit der Kontaktpunktgeschwindigkeiten). Mit zunehmender Geschwindigkeit verringert sich der Reibwert, bis ein Minimum erreicht wird. Bei weiterer Steigerung der Differenzgeschwindigkeit erfahren immer mehr Schichten des Schmierstoffes eine Abscherung. Demzufolge steigt die Reibkraft (resp. Reibwert) im Bereich

der Flüssigkeitsreibung wieder an. Grundsätzlich ist der Verschleiß im Bereich der Flüssigkeitsreibung am geringsten. Dieser bekannte Zusammenhang wird nachfolgend für die Zahnkupplung aufgezeigt.

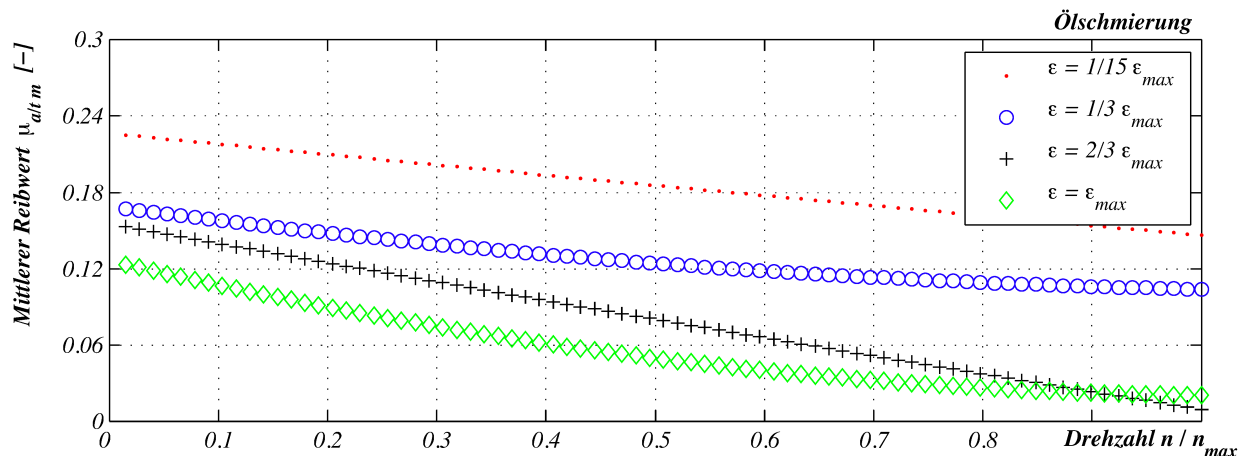


Abbildung 12.13: Approximierter Reibwert über das gesamte Drehzahlspektrum bei $T = 1/3 T_{Nenn}$ unter Variation der Auslenkung ϵ

In diesen Versuchsreihen sind die verbleibenden Belastungsparameter (Drehmoment und Auslenkung) konstant gehalten worden, wobei die Drehzahl n auf einer Rampe (vgl. Abbildung 12.12) über der Zeit abgefahren wurde. Bevor die Gleitgeschwindigkeit auf der Abszisse aufgetragen wird, soll eine direkte Zuordnung zu der Drehzahl als Belastungsparameter erfolgen. Infolge der Oszillation der axialen Kraftkomponente stellt sich ein veränderlicher Reibwert ein. Um eine vergleichbare Darstellung unterschiedlicher Auslenkungswinkel zu ermöglichen, ist eine

Annäherung der Messwerte mit Funktionen vorgenommen worden. Die erwartete Charakteristik (Stribeckkurve) zeigt die Approximation durch ein Polynom 2. Grades auf. Dies ist einer überschaubaren Gegenüberstellung des mittleren Reibwertes $\mu_{a/tm}$ in Abhängigkeit der Drehzahl bei unterschiedlichen Belastungskombinationen geschuldet. Dabei handelt es sich aber um einen gemittelten Reibwert.

In allen Darstellungen stellt sich ein Reibwert ein, der bei steigenden Drehzahlen sinkt. Mit der Analyse des mittleren Reibwertes über der Drehzahl können für die Zahnkupplung die auftretenden Reibungszustände in Abhängigkeit der Belastungsparameter (Drehmoment, Drehzahl und Auslenkung) unterschieden werden. Vornehmlich zeugen die Reibwerte von dem Vorhandensein des Mischreibungsgebietes und erst bei höheren Drehzahlen und größeren Auslenkungswinkeln stellt sich zum Teil Flüssigkeitsreibung ein. Mit zunehmender Kontaktpunktgeschwindigkeit verbessern sich die tribologischen Bedingungen.

Sinkende Auslenkungen ziehen eine Erhöhung des Reibwertes nach sich (Abbildung 12.13). Ursächlich dafür ist die verschlechterte Zugänglichkeit des Schmierstoffes im Kontaktbereich und die Verringerung der Gleitgeschwindigkeit. Bei vergleichsweise größeren Auslenkungen öffnet sich der Winkel zwischen den kontaktierten Flankenoberflächen zunehmend, so dass der Schmierstoff leichter in den Kontaktbereich gelangen kann. Bei relativ geringen Drehzahlen ist zu beobachten, dass eine Anhebung des Auslenkungswinkels große Effekte hinsichtlich einer Reduzierung des Reibwertes ermöglicht.

In der Abbildung 12.14 ist die Gleitgeschwindigkeit einer Normierung unterzogen worden. Die Basis bildet wiederum die maximal auftretende Gleitgeschwindigkeit $v_{gl\ max}(\epsilon_{max}, n_{max})$ bei der größten Auslenkung ϵ_{max} und der Höchstdrehzahl n_{max} , vgl. Tabelle 3.1, Seite 10.

Weiterhin ist die Gleitgeschwindigkeit neben der Drehzahl und dem Auslenkungswinkel auch von dem Drehwinkel φ abhängig ($v_{gl} = f(n, \epsilon, \varphi)$). In dem Abschnitt 5.1 sind Betrachtungen zu der Gleitgeschwindigkeit vorgenommen worden. An dieser Stelle wird die maximale Gleitgeschwindigkeit $v_{gl\ max} = v_{gl}(\varphi_{v_{gl\ max}} = 104.28^\circ; n_{max}; \epsilon_{max})$ zur Darstellung herangezogen.

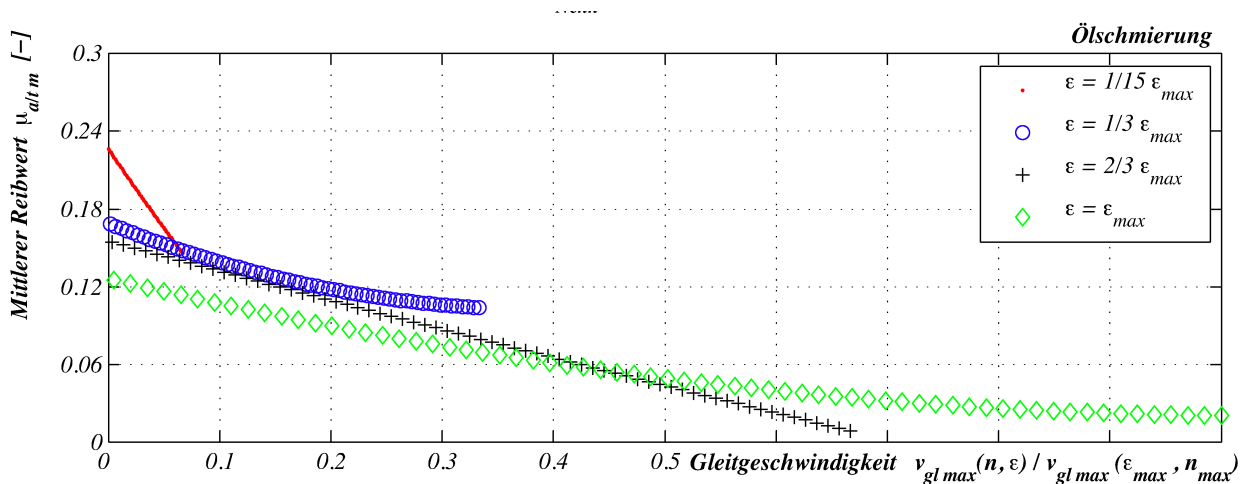


Abbildung 12.14: Verhalten des Reibwertes in Abhängigkeit der Gleitgeschwindigkeit bei $T = 1/3 T_{Nenn}$

Sehr deutlich ist der Einfluss von Drehzahl und Auslenkung auf die Gleitgeschwindigkeit zu sehen. In der Abbildung 12.14 ist wiederum die Variation des Auslenkungswinkels dargestellt. Kombiniert man vergleichsweise geringe Drehzahlen mit relativ kleinen winkligen Auslenkungen, so stellen sich eher hohe Reibwerte ein. Mit zunehmender Drehzahl ist eine Herabsetzung der korrespondierenden Ordinatenwerte zu beobachten. Bei höheren Auslenkungen kann infolge von Drehzahlsteigerung ein für den Reibwert energetisch günstigerer Zustand erreicht werden. Tendenziell wird erwartungsgemäß mit ansteigendem Auslenkungswinkel eine reibwertreduzierende Wirkung deutlich.

12.2.3 Variation des Schmierstoffes

Da die Axialkraft entsprechend der Modellvorstellung stark an den Tribozustand gekoppelt ist und dieser in nicht unerheblichem Maße von dem verwendeten Schmierstoff geprägt wird, ist eine Abhängigkeit der Axialkraft von dem Schmiermittel zu erwarten. Nachfolgend werden mittlere Reibwerte bei nichtkonstanten Drehzahlen betrachtet. Auch bei Veränderung der Drehzahlen stellen sich bei beiden Schmiermitteln ähnliche Verläufe ein. Auffällig ist hier, dass bei der ölgeschmierten Versuchsreihe deutlich geringere Reibwerte ermittelt wurden. Besonders bei niedrigen Drehzahlen ($n/n_{max} = 0.01 \dots 0.25$) und kleinen Auslenkungen stellt sich dieser Zusammenhang dar. Die Reibwerte der Ölschmierung liegen dicht beieinander, wohingegen sich bei der Fettschmierung energetisch ungünstigere Zustände einstellen. Gegen Ende des Drehzahlenspektrums ($n \rightarrow n_{max}$) weisen beide nahezu die gleichen Reibwerte auf. Folglich ist hinsichtlich des sich einstellenden Tribozustandes bei hohen Drehzahlen und relativ großen Auslenkungen kein signifikanter Unterschied festzustellen.

Während der Versuchsdurchführung war das Verhältnis von Schmierstofffüllung und im Eingriff befindlicher Zahnpaarungen stark abweichend von dem einer Serienverzahnung (vgl. Abschnitt 12.1). Damit stellte sich eine ungleich geringere Schmierstofftemperatur ein. Infolge dessen erreichte die Ölschmierung aufgrund der besseren Zugänglichkeit energetisch günstigere Betriebszustände.

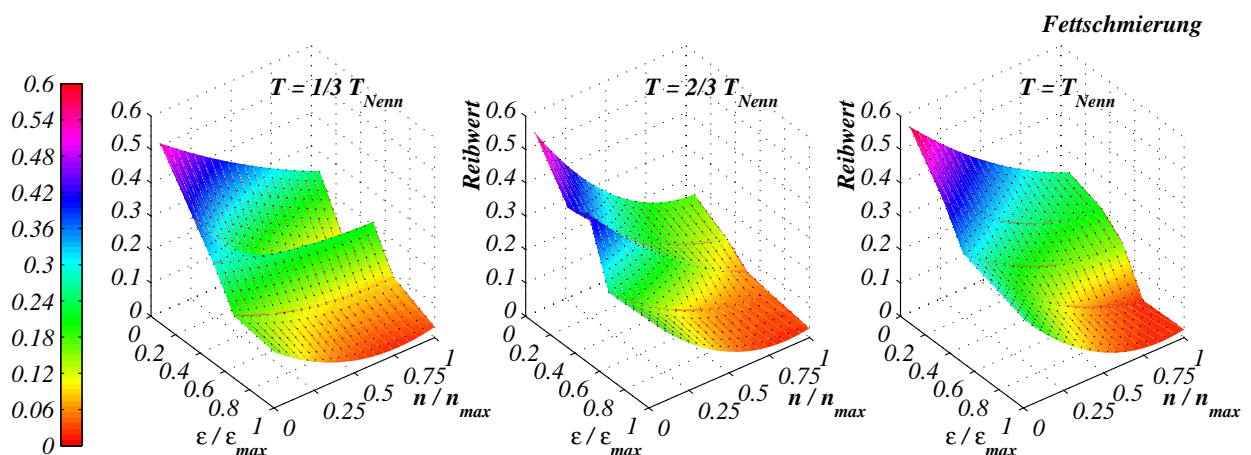


Abbildung 12.15: Reibwert in Abhängigkeit der Belastungsparameter T , n , ϵ bei Fettschmierung

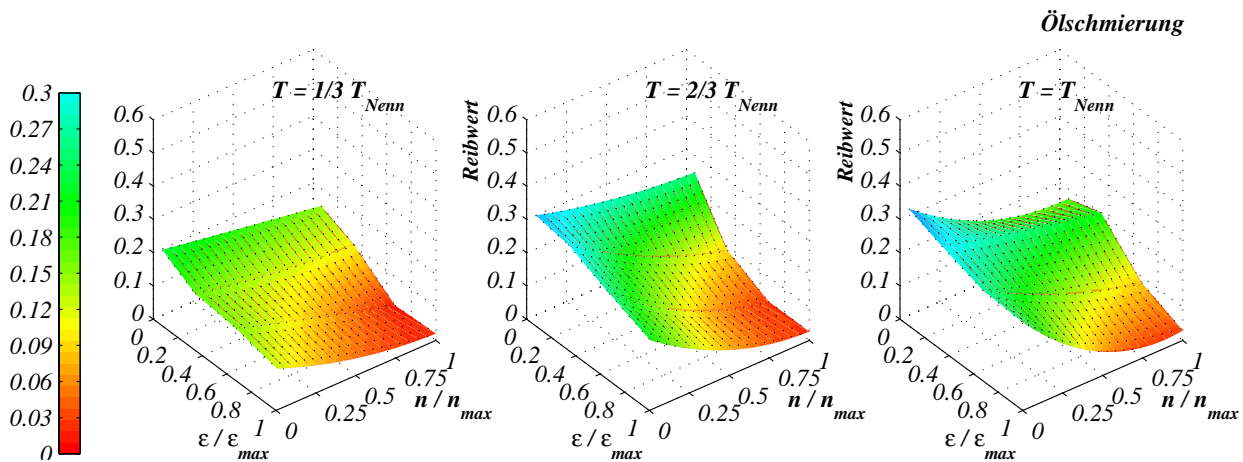


Abbildung 12.16: Reibwert in Abhängigkeit der Belastungsparameter T , n , ϵ bei Ölschmierung

Zusammenfassend zeigen die Abbildungen 12.15 und 12.16 die Einflüsse der Belastungsparameter T , n , ϵ auf den Reibwert. In beiden Darstellungen ist eine identische Skalierung gewählt worden, so dass ein direkter Vergleich möglich ist. Wie schon zuvor ausgeführt, weisen steigende Drehzahlen und wachsende Auslenkungswinkel eine reibwertreduzierende Wirkung auf. Mit der Anhebung des zu übertragenden Drehmomentes geht auch eine Zunahme des sich einstellenden Reibwertes einher.

Aus der Gegenüberstellung von den verwendeten Schmierstoffen ist mit der Ölschmierung ein energetisch günstigerer Betriebszustand mit der Versuchsanordnung erreicht worden. Bei geringen Drehzahlen und kleinen Auslenkungswinkeln ist der Ölschmierung aus tribologischer Sicht der Vorzug zu geben.

12.3 Gegenüberstellung von Mess- und Berechnungsergebnissen

An dieser Stelle erfolgt nun ein Vergleich von Berechnungsergebnissen und messtechnisch ermittelten Daten. Unter Berechnungsergebnissen sind dabei die aus dem zuvor aufgezeigten Berechnungsmodell ermittelten Reibwerte (vgl. Abschnitt 6.4) bzw. Axialkräfte (vgl. Abschnitt 7.2) zu verstehen. Die experimentell erfassten Werte (Messergebnisse) sind anhand der im Abschnitt 12.1 beschriebenen Versuchsanordnung gewonnen worden.

Die Abbildung 12.17 beinhaltet Tangentialkräfte, der modifizierte Nabenkörper mit $z = 6$ Zahnpaarungen (Abbildung 12.1, Seite 102) zu Grunde liegt. Die restlichen Zahnpaarungen werden zur rechnerischen Analyse mit einem fiktiven Teilungsfehler behaftet, so dass diese an der Drehmomentenübertragung nicht beteiligt sind. Bedingt durch den Verlauf des minimalen Flankenabstandes werden damit nicht alle Zahnpaarungen einer Belastung unterzogen. Aus der Darstellung der gemessenen Tangentialkräfte geht in den Schwenkstellungsbereichen ebenfalls ein stark verringertes Tragverhalten hervor. Die Größe entspricht nahezu dem Zahlenwert null oder nimmt vergleichsweise sehr geringe Werte an.

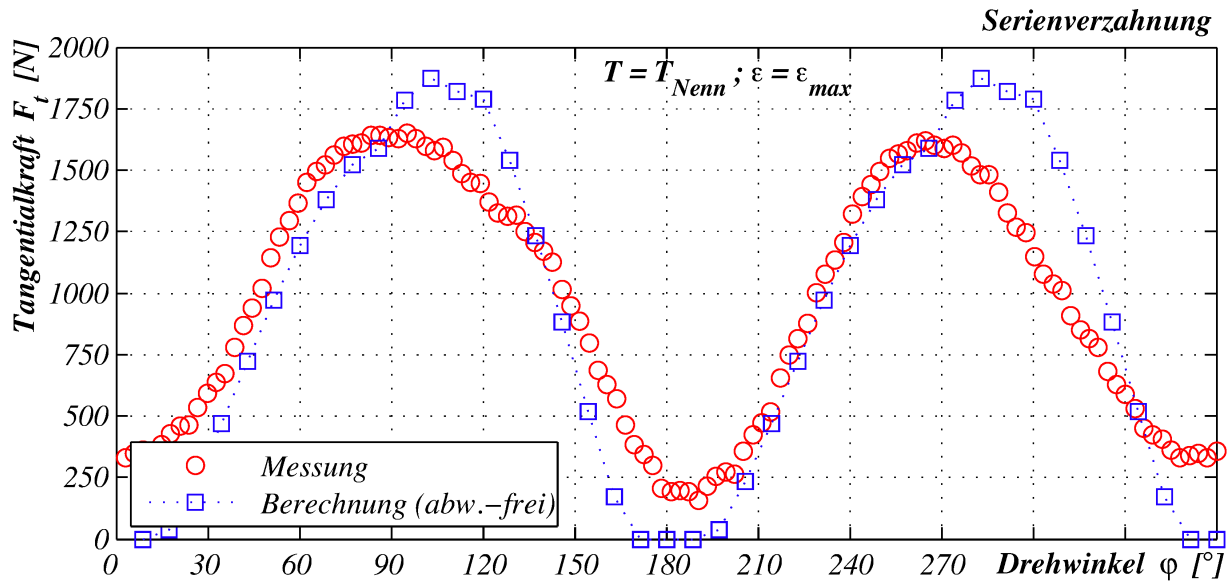


Abbildung 12.17: Berechnungs- und Messdaten der Tangentialkraftverläufe bei $T = T_{Nenn}$ und $\epsilon = \epsilon_{max}$

In der Abbildung 12.18 sind die Tangentialkräfte zweier Kupplungsverzahnungen berechnet und mit Messergebnissen verglichen. Zum Einen die modifizierte Verzahnung ($z = 6$) und zum Anderen eine Serienverzahnung ($z = 42$). Entsprechend der Tabelle 3.1 (Seite 10) sind die Torsionsbelastungen so gewählt, dass das Drehmoment in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Zahnpaarungen reduziert wurde. Infolge der Auslenkung stellt sich eine divergierende Lastverteilung ein. Aus dieser Tatsache heraus weisen die Extremwerte in den Kippstellungsbereichen unterschiedlich große Belastungen auf.

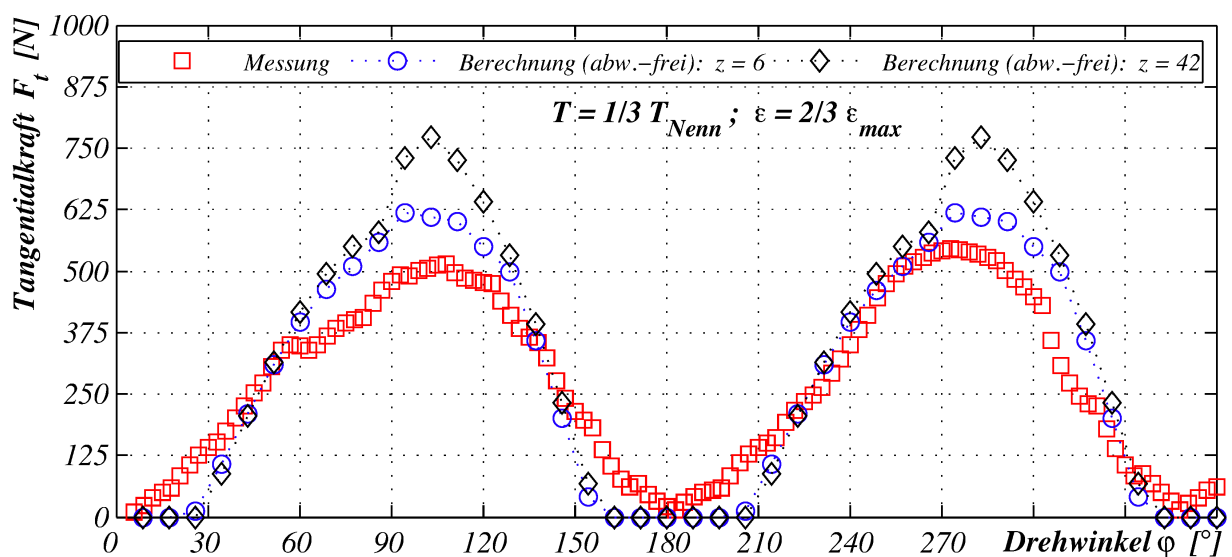


Abbildung 12.18: Berechnungs- und Messdaten der Tangentialkraftverläufe bei $T = 1/3 T_{Nenn}$ und $\epsilon = 2/3 \epsilon_{max}$

Messtechnisch ermittelte Zahnkräfte liegen zwar unterhalb der rechnerischen Daten, weisen jedoch die gleiche Größenordnung auf. Offenkundig ist die Analogie der Charakteristik. Nachstehend erfolgt ein Vergleich der Axialkräfte. Die Abbildung 12.19 zeigt axiale Kraftkomponenten bei Nennbelastung und verhältnismäßig großen Auslenkungswinkeln auf. Die Ergebnisse weisen eine gute Übereinstimmung auf. Ein Vergleich mit der Abbildung 12.17 macht deutlich, dass in diesem Belastungsfall auch die Tangentialkräfte sehr ähnliche Verläufe erreichen.

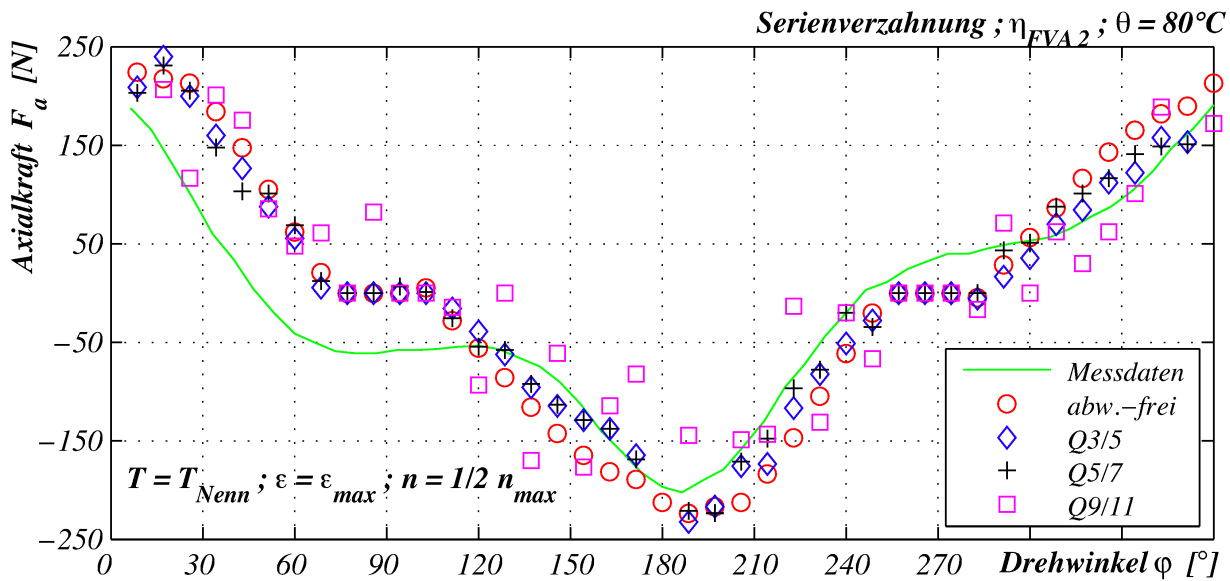


Abbildung 12.19: Berechnungs- und Messdaten (Serienverzahnung $z = 42$) der Axialkraftverläufe bei $T = T_{Nenn}$ und $\epsilon = \epsilon_{max}$

Ein Vergleich der axialen Summenrückstellkraft ist nicht sinnvoll, da die Kraftmessung an einer Zahnpaarung vorgenommen wurde. Dies lässt keine Aussage hinsichtlich der Rückwirkung der gesamten Verzahnung zu. Da gezeigt werden konnte, dass die Tangential- und Axialkraftverläufe plausible Übereinstimmungen hervorbringen, ist davon auszugehen, dass auch die Summenrückstellkräfte bei gleichen sich einstellenden Tribobedingungen beurteilt werden können. Dazu wird eine Diskussion der ermittelten Reibwerte vorgenommen.

Zur Gegenüberstellung von Reibwertverläufen müssen zuvor gleiche Bedingungen geschaffen werden. Es sind in beiden Fällen die Quotienten aus Axialkraft und Tangentialkraft, wie schon im Abschnitt 12.2.2 (Gleichung (12.1), Seite 107) zu betrachten. Mit den Abbildungen 12.17 und 12.19 kann die Entstehung des Reibwertes $\mu_{a/t}(\varphi)$ aus Axial- und Tangentialkraft exemplarisch nachvollzogen werden.

Da der aufgezeigte Reibwert aus dem Quotienten von Axial- und Tangentialkraft ermittelt wird, ist deren Charakteristik in den Reibwertverläufen zu ersehen. In den Schwenkstellungsbereichen der Abbildung 12.17 ist ein starker Abfall der Tangentialkräfte zu beobachten.

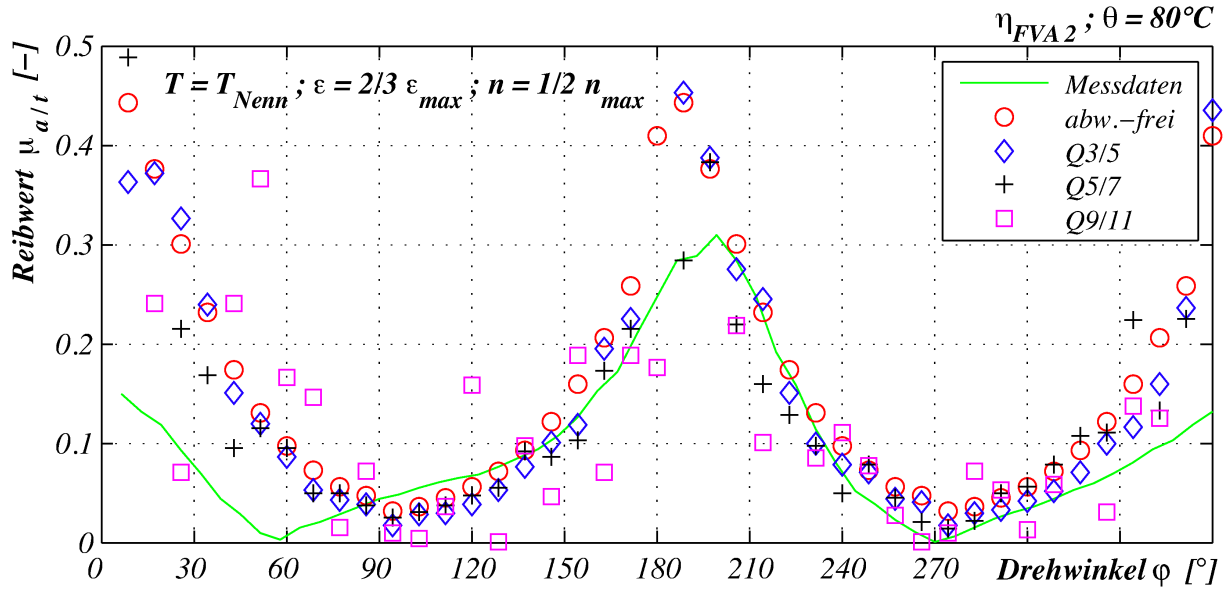


Abbildung 12.20: Berechnungs- und Messdaten (Serienverzahnung $z = 42$) der Reibwertverläufe bei $T = T_{Nenn}$ und $\epsilon = 2/3 \epsilon_{max}$

Völlig gegensätzlich verhält sich der Axialkraftverlauf (Abbildung 12.19), ein ansteigen der Werte ist in diesen Bereichen zu verzeichnen. Durch dieses konträre Verhalten der beiden Kraftverläufe stellen sich in den Schwenkstellungen wachsende Reibwerte ein. Mitunter wird sogar die Tangentialkraft größer als die Axialkraft und $\mu_{a/t}(\varphi)$ wird größer 1. Ein weiterer charakteristischer Punkt resultiert aus dem Nulldurchgang des Axialkraftverlaufes. In diesem Punkt weist der Reibwertverlauf einen Wert gleich null auf.

Mit der Abbildungen 12.20 sind Reibwertverläufe $\mu_{a/t}(\varphi)$ von Mess- und Berechnungsergebnissen aufgezeigt. Die rechnerisch ermittelten Daten basieren auf abweichungsfreien und abweichungsbehafteten Serienverzahnungen. Die Werte weisen identische Charakteristiken auf und befinden sich in den gleichen Größenordnungen. Daher kann im Wesentlichen eine Übereinstimmung der gegenübergestellten Daten festgestellt werden.

13 Zusammenfassung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war die Erarbeitung eines determinierten Berechnungsmodells zur Analyse und Vorausberechnung der Belastungen auf die Anschlusskonstruktion, die aus dem stationären Betrieb hervorgerufen werden. Während der Übertragung von Drehmoment- und Drehbewegung unter winkliger Auslenkung treten innere Kräfte und Momente auf, die eine Rückwirkung auf die Schnittstellen zwischen Zahnkupplung und Antriebsstrang bewirken können.

Frühzeitig stellte sich heraus, dass die Betrachtung des tribologischen Systems „Zahnpaar“ die Grundlage zur Formulierung der axial wirkenden Kräfte bildet. Während des Betriebes einer Zahnkupplung können drei verschiedene Reibungszustände auftreten: Festkörperreibung (Grenzflächenreibung), Mischreibung oder reine Flüssigkeitsreibung. Mit dem Vergleich des Abstandes (Abstandsverhältnis) der idealen Zahnflankenoberflächen (Mindestschmierfilmdicke) und der Flankenrauheit (Summenrauheitswert von Naben- und Hülsenflanke) im Kontaktpunkt gelingt es, zwei Reibungszustände strikt gegeneinander abzugrenzen, Flüssigkeits- und Mischreibung.

Um den Abstand der ideal glatten Oberflächen (Mindestschmierfilmdicke) zu ermitteln, wird die EHD-Theorie herangezogen. Aus dem nichtkonformen Kontakt der Zahnflanken können sehr hohe örtliche Beanspruchungen entstehen, so dass die Deformation des Kontaktbereiches in die Schmierfilmdickenberechnung miteinzubeziehen ist. Mit der Einbeziehung der Oberflächenbeschaffenheiten (Summenrauheitswert) wird eine örtliche Reibwertfunktion (Reibwert als Funktion des Abstandsverhältnisses) im Kontaktbereich formuliert. Anknüpfend daran sind die Reibkennzahlen (Flüssigkeits- und Festkörperreibung) zuzuordnen. In Abhängigkeit des Abstandsverhältnisses sind Reibwerte nunmehr berechenbar.

Mit dem Anstieg physisch tatsächlich im Kontakt befindlichen Flächen geht eine Verschiebung des Reibwertes in Richtung der Feststoffreibung einher. Der Schmierstoff überträgt dann einen immer geringer werdenden Anteil der Belastung. Mit zunehmendem metallischem Flächentrageanteil der Zahnflankenoberflächen steigt der Reibwert infolge wachsender Annäherung der beiden Kontaktpartner.

Schließlich ist ein Modell entstanden, das die zahlenmäßige Erfassung des sich einstellenden Reibwertes unter Berücksichtigung der instationären Lastverteilung gestattet.

Die numerische Beschreibung der betriebsbedingten Belastung auf die Anschlusskonstruktion erfordert zwingend, zusätzlich neben Tangential- und Radialkräften, auch die Kenntnis der axialen Zahnkräfte. Anhand des *Coulombschen* Reibgesetzes wurde die Reibkraft an einer Zahnpaarung bestimmt. In Fortführung dessen lässt sich die axiale Rückstellkraft formulieren.

Unter Beachtung des mehrfach parametrischen, instationären Charakters des Tribo- und Lastzustandes in der Kupplungsverzahnung, ist nunmehr auch die Rückstellreaktionen von einem instationären Verhalten gekennzeichnet.

Zur Validierung des Berechnungsmodells ist eine modifizierte Nabenzahnung mit dem eingebetteten Messzahn entwickelt und fertigungstechnisch umgesetzt worden. Die Prüfkupplung (modifizierte Nabenzahnung und Serienhülsenzahnung) wurde mit einer weiteren verlagerungsfähigen Kupplungsebene in Reihe geschaltet.

Die Auswertung der messtechnisch erfassten Daten brachte nicht nur einen Einklang hinsichtlich der Charakteristik der Verläufe aus Messung und Berechnung hervor, sondern vielmehr auch eine gute Übereinstimmung der Extremwerte. Darüber hinaus zeigten sich auch identische Wirkungen der Belastungsparameter (Drehmoment, Drehzahl und Auslenkung) sowohl im Berechnungsmodell als auch im Versuch.

Besonders herauszustellen gilt die Beurteilung der messtechnisch ermittelten Axialkräfte. Deswegen Abhängigkeit vom Drehwinkel weist einen identischen Verlauf entsprechend der des Gleitweges auf.

Bei der Gegenüberstellung von Messdaten öl- und fettgeschmierte Kupplungsverzahnungen zeigen die ölgeschmierten Varianten bei geringen Drehzahlen und vergleichsweise niedrigeren Auslenkungswinkeln (kleine Gleitgeschwindigkeiten) energetisch günstigere Betriebszustände auf.

Im Ergebnis dieser Arbeit ist ein Berechnungsmodell zur Formulierung und Bewertung von Rückstellwirkungen in Zahnkupplungen entstanden. Die Auswirkungen einzelner Belastungsparameter sind fortan anhand der aufgezeigten Vorgehensweise ohne Prüfstanduntersuchungen prognostizierbar.

Die Tendenzen und Charakteristik der Verläufe fügen sich nahtlos in die schon bestehende Erfahrungswelt ein. Somit bleibt aus tribologischer Sicht die Forderung eine Auslenkung von $\epsilon = 0^\circ$ unbedingt zu vermeiden, denn kleine Auslenkungswinkel ziehen unter Umständen nicht vernachlässigbare axiale Summenrückstellkräfte nach sich.

Auch die Schwingungsanregungen die schwerpunktmäßig mit der 1- bis 3fachen Frequenz der Antriebswelle auftreten, werden mit Hilfe dieses Modells vorhersagbar.

Zur Herabsetzung der aus dem stationären Betrieb herrührenden Rückstellwirkungen werden erhöhte Fertigungsanstrengungen als geeignetes Mittel angesehen. Mit Verminderung des Teilungsfehlers kommt es unweigerlich zu einer weniger erheblichen Störung der Symmetrie in der Verzahnung. Denn schlussendlich ist es genau die Störung der Symmetrie, die eine resultierende Wirkung auf die Anschlusskonstruktion entstehen lässt. Sind die Verzahnungen ggf. schon vorhanden und die Teilungsfehler nicht mehr zu korrigieren, können mitunter durch die gezielte Variation der Steckvariante (Paarung von Naben- und Hülsenzahnflanke) nicht unerhebliche Effekte erzielt werden.

Weiterhin gilt es eine möglichst feine Flankenoberfläche herzustellen. Diese führt auf eine nachhaltig positive Beeinflussung des sich einstellenden Reibwertes, da die trennende Schmierstoffschicht nicht unnötig unterbrochen wird.

Literatur

- [Bauer 90] Bauer, H. P.: Über das Axialverhalten von Zahnkupplungen. Konstruktion 42 (1990) 355-360.
- [Benkler 70] Benkler, H.: Der Mechanismus der Lastverteilung an bogenverzahnten Zahnkupplungen. Dissertation, TH Darmstadt, 1970.
- [Bär/Kunze 86] Bär, G.; Kunze, G.: Zum Eingriffsverhalten einer Kupplungsverzahnung. Maschinenbautechnik, Berlin 35 (1986), Heft 12.
- [Beckmann 05] Beckmann, R.; Beitrag zur Auslegung und Konstruktion von Balligzahn - Kupplungen. Dissertation, TU Chemnitz, 2005
- [Bünder 00] Bünder, C.: Analyse der Beanspruchungen der Verzahnungen von Zahnkupplungen. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2000.
- [Bünder 01] Bünder, C.; Kunze, G.; Spensberger, Ch.: Zahnkupplungen für den Einsatz in Bahnantrieben. Antriebstechnik 40, 2001. S.121-123
- [Czichos 92] Czichos, Horst: Tribologie Handbuch – Reibung und Verschleiss / Horst Czichos, Karl-Heinz Habig. - Braunschweig, Wiesbaden: Friedr. Vieweg und Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 1992. - 560 S.
- [Decker 01] Decker, Karl-Heinz; Kabus, Karlheinz: Maschinenelemente Funktion, Gestaltung und Berechnung. 15. Auflage München Wien: Carl Hanser Verlag, 2001. - 706 S.
- [Drewitz 07] Drewitz, K.: Methode zur Bestimmung von Simulationsparametern von verlagerungsfähigen Mitnehmerverzahnungen. Großer Beleg, Technische Universität Dresden, 2007.
- [Fleischer 03] Fleischer, G.: Verformungsenergiedichte. Unveröffentlichtes Manuskript, TU „Otto-von-Guericke“, Magdeburg, 2003.
- [Fleiss 77] Fleiss, R.: Das Radial- und Axialverhalten von Zahnkupplungen. Dissertation, TH Darmstadt 1977.
- [Globig 06] Globig, H.; Kunze, G.: Bestimmung axialer Rückstellkräfte getriebebeweglicher Zahnkupplungen. FVA - Forschungsheft 836, Frankfurt a. M., 2006.
- [Göldner 89] Göldner, H.; Holzweißig, F.: Leitfaden der Technischen Mechanik. VEB Fachbuchverlag, Leipzig, 1989.
- [Hardtke 97 et al.] Hardtke, H.-J.; Heimann, B.; Sollmann, H.: Lehr- und Übungsbuch Technische Mechanik II, Fachbuchverlag Leipzig, März 1997. 347 Seiten

- [Heinz 77] Heinz, R.: Untersuchung der Kraft- und Reibungsverhältnisse in Zahnkupplungen für große Leistungen. Dissertation, TH Darmstadt, 1977.
- [Hohrein/Senf 78] Hohrein, A.; Senf, M.: Untersuchungen zur Last- und Spannungsverteilung an schrägverzahnten Stirnrädern. Dissertation TU Dresden, 1978.
- [Kunze 88] Kunze, G.: Untersuchungen zur Beurteilung von Verzahnungen für Mitnehmerverbindungen, insbesondere von Zahnkupplungen. Dissertation, Technische Universität Dresden, 1988.
- [Linke 96] Linke, H.: Stirnradverzahnung. Carl Hanser Verlag, München Wien 1996.
- [Matthias 81] Matthias, K.: Der Kantenlauf bei Linienberührung von Wälzkörpern. Hebezeuge und Fördermittel 21 (1981) 7, S. 203 bis 205.
- [Matthias 94] Matthias, K.: Beanspruchung der Wälzpaarung Kranlaufrad/-schiene. TU Dresden, Institut für Fördertechnik, Baumaschinen u. Logistik, U14/1994.
- [Neugebauer 03] Neugebauer, H.; Kunze, G.: Beanspruchbarkeit der Verzahnung von Zahnkupplungen. FVA - Forschungsheft 712, Frankfurt a. M., 2003.
- [Pries 91] Pries, M.: Geometrie und Kinematik von Bogenzahnkupplungen. Dissertation, Technische Universität Dresden, 1991.
- [Reichert 07] Reichert, A.: Simulation von Bogenzahnkupplungen. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, 2007.
- [Schilling 85] Schilling, M.: Referenzöle für Wälz- und Gleitlager-, Zahnrad- und Kupplungsversuche - Datensammlung für Mineralöle / M. Schilling. - 1985. - 85 S. INA Herzogenaurach, FVA-Heft 180
- [Schulze 08] Schulze, M.: Thermische Auslegung von ölgeschmierten Balligzahnkupplungen bezogen auf die zulässige Temperatur des Schmiermittels. Diplomarbeit unveröffentlicht, Hochschule für Technik und Wirtschaft Dresden, 2008.
- [Strauß 84] Strauß, E.: Einsatzgrenzen und Einlaufverhalten von nichtgehärteten Zahnkupplungen. Dissertation TH Darmstadt 1984.
- [Spensberger 01] Spensberger, J.: Zahnkupplungen für Schienenfahrzeuge. Antriebstechnik 42 (2003) Heft 8, S. 23/28.
- [Wiśniewski 00] Wiśniewski, Marek: Elasohydrodynamische Schmierung - Grundlagen und Anwendungen / Marek Wiśniewski. - Handbuch der Tribologie und Schmierungstechnik Band 9 - 2000. - 214 S. Renningen-Malmsheim: Expert Verlag
- [Wächter 07] Wächter, J.: Untersuchung von doppelbombierten verlagerungsfähigen Kupplungen mit Evolventenverzahnung. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, 2007.

[Zirpke 85] Zirpke, K.: Zahnräder. VEB Fachbuchverlag, Leipzig 1985.

A Daten verwendeter FVA-Referenzöle

Tabelle A.1: Dynamische Viskosität $\eta_{Exp} \cdot 10^{-7}$ in $\left[\frac{Ns}{mm^2} \right]$ aus [Schilling 85]

Temperatur	FVA-Referenzöl Nr.			
in $[^{\circ}C]$	1	2	3	4
20	0.280	0.700	2.800	20.00
25	0.220	0.550	2.000	11.80
30	0.187	0.400	1.430	8.40
40	0.120	0.250	0.820	4.05
50	0.087	0.169	0.500	2.12
60	0.065	0.120	0.329	1.37
70	0.050	0.086	0.222	0.84
80	0.040	0.065	0.157	0.55

Tabelle A.2: Viskositäts - Temperaturanstieg der FVA-Referenzöle im Temperaturbereich zwischen $20^{\circ}C$ und $80^{\circ}C$

FVA-Referenzöl	$\Delta\eta$	$\frac{\Delta\eta}{\Delta T}$
1	0.024	$4 \cdot 10^{-4}$
2	0.0635	$1.058 \cdot 10^{-3}$
3	0.264	$4.4 \cdot 10^{-3}$
4	1.955	$3.258 \cdot 10^{-2}$

B Darstellung der Teilungsabweichungen der verwendeten Verzahnungen

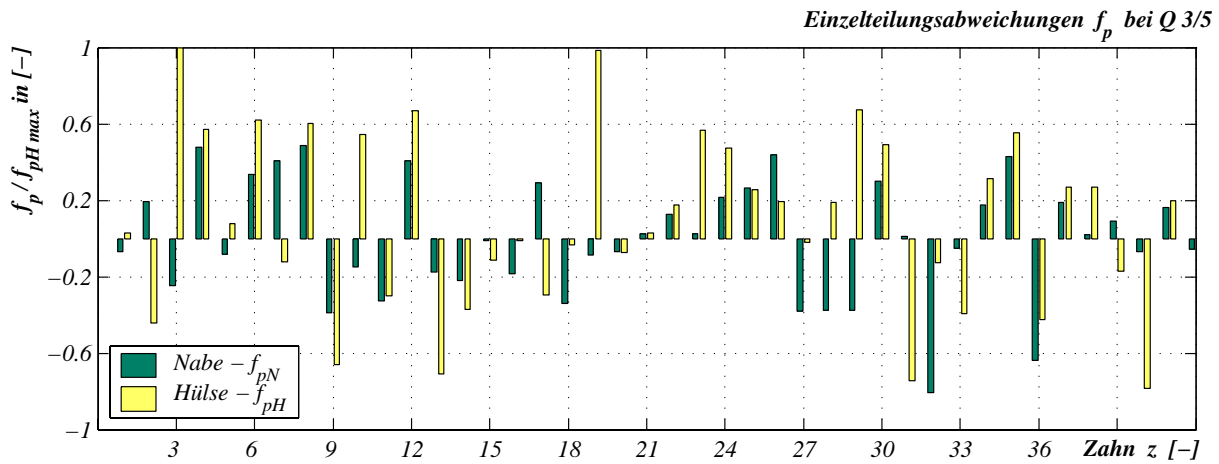


Abbildung B.1: Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsevenverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q3/5

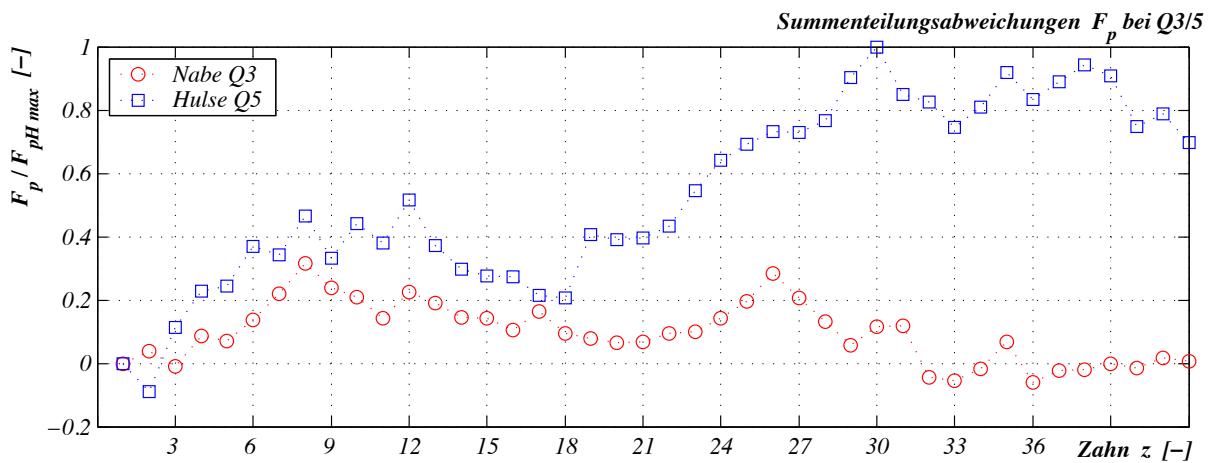


Abbildung B.2: Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülsevenverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q3/5

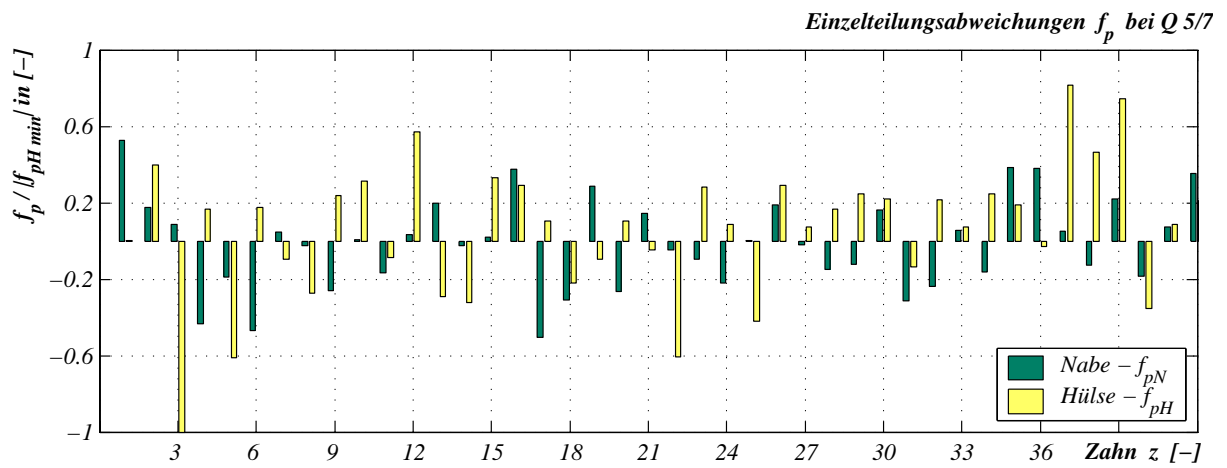


Abbildung B.3: Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülsevenverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q5/7

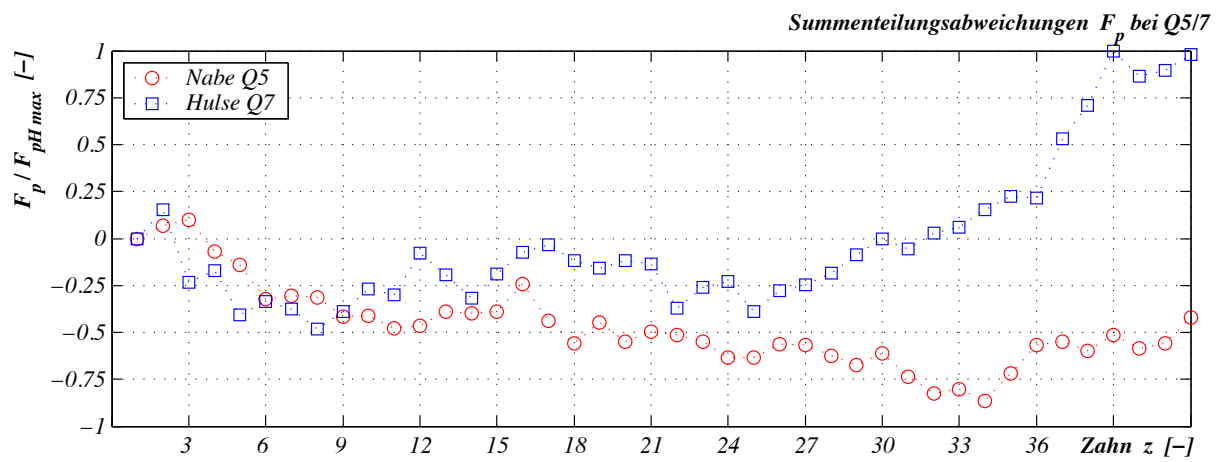


Abbildung B.4: Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülsevenverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q5/7

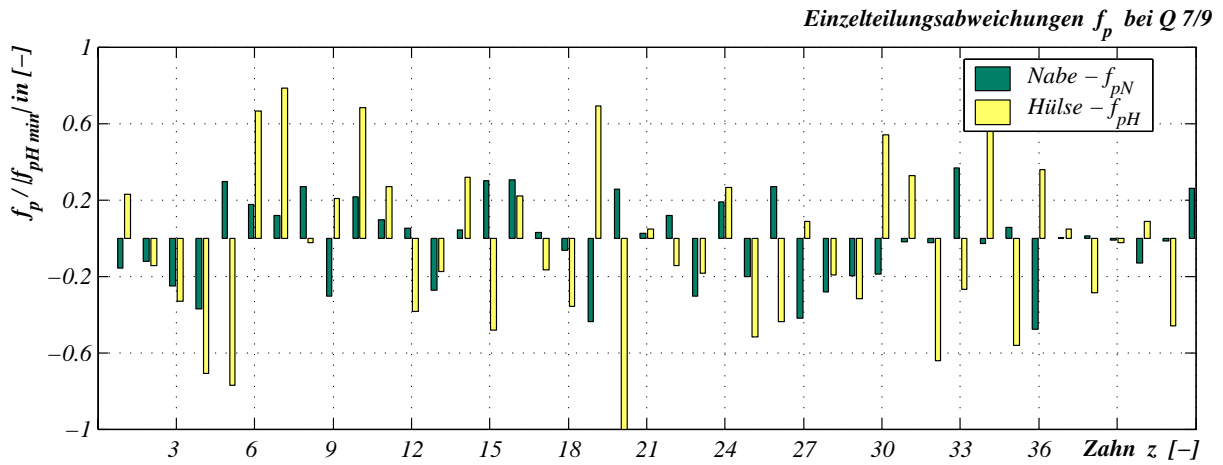


Abbildung B.5: Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülseverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q7/9

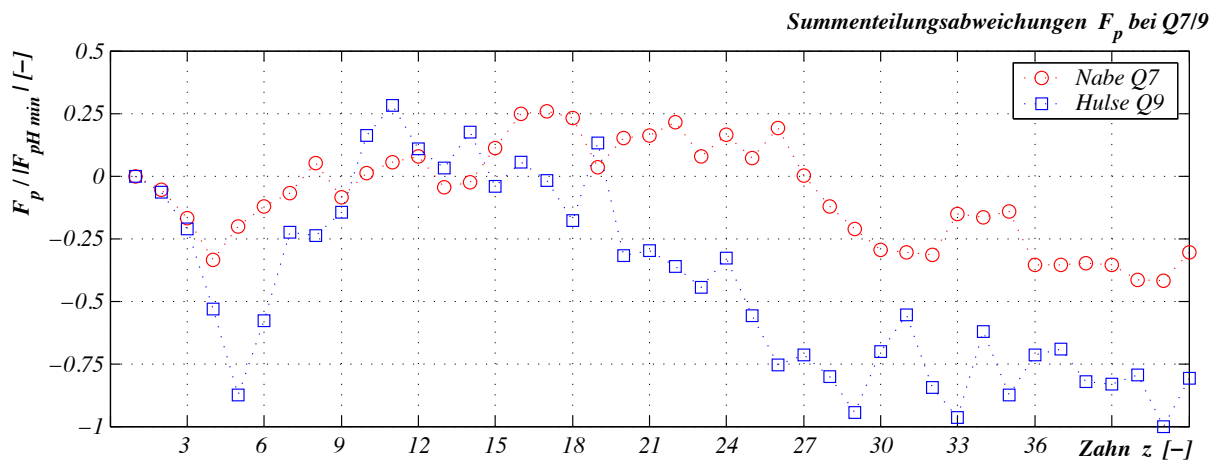


Abbildung B.6: Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülseverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q7/9

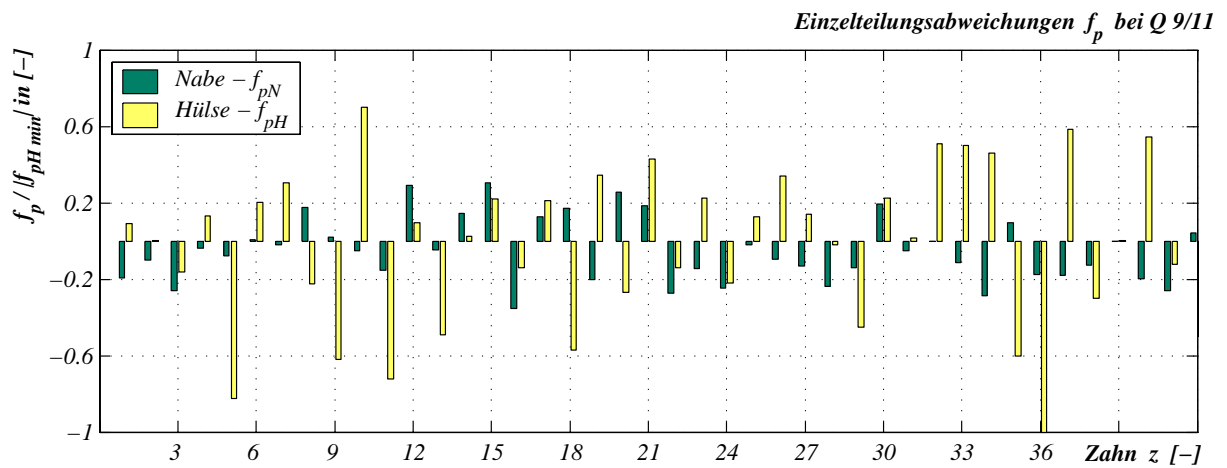


Abbildung B.7: Einzelteilungsabweichung der Naben- und Hülseverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q9/11

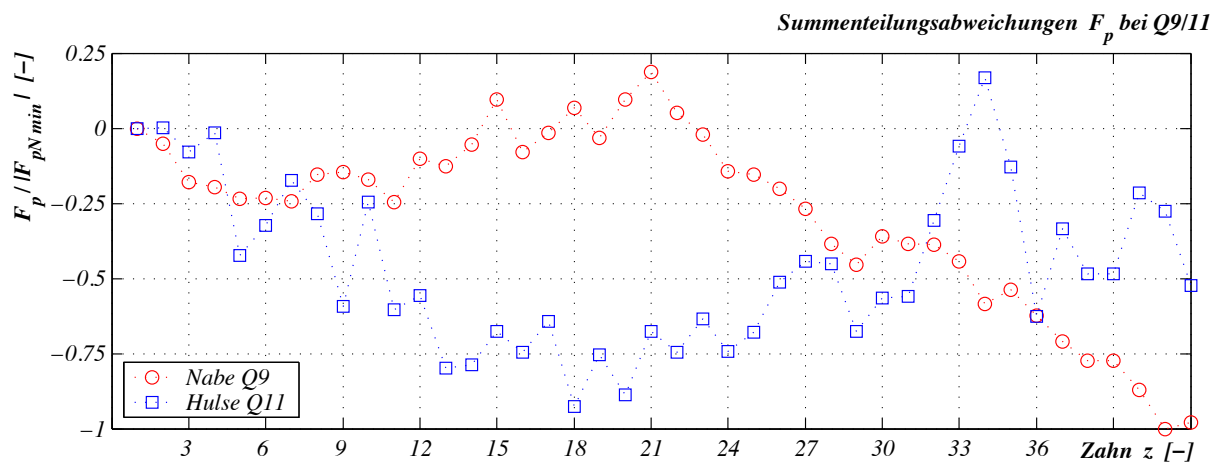


Abbildung B.8: Summenteilungsabweichung der Naben- und Hülseverzahnung bei einer Verzahnungsqualität Q9/11

Dieses Dokument umfasst: 128 Seiten,
120 Abbildungen,
9 Tabellen,
109 Gleichungen und
29 Literaturangaben.

Schlagwortverzeichnis

- Barrus*formel, 42
Fourier-Analyse, 66, 67
*Newton*sche Flüssigkeit, 41
3D-Kontaktbereich, 54
- Abstandsverhältnis, 46
Achsschnitt, 6
Annäherung Kontaktpartner, 49
Anschlusskonstruktion, 96
Auslenkung, 6, 85
Axiale Rückstellkraft, 60
Axiale Rückstellwirkung, 58
Axiale Summenrückstellkraft, 62, 114
Axialkraftverlauf, 59
Axialverschiebegeschwindigkeit, 85
Axialverschiebung, 85
- Beispielverzahnung, 9
Bombierung, 8
- Doppelzahnkupplung, 89
Druckverteilung, 33
- EHD-Theorie, 32
Eingriffswinkel, 70
- Federmodell, 81
Festkörperreibung, 30
Flankenlinienabweichung, 11, 23
Fließfähigkeit, 42
Flüssigkeitsreibung, 30
Flüssigkeitsreibungswert, 44
Fourier-Analyse, 83
- Gleitgeschwindigkeit, 19, 42
Grenzflächenreibung, 30
- Hydrodynamische Geschwindigkeit, 34, 86
Hülsenkörper, 5, 102
- Kantentragen, 22, 23
Kippstellung, 5
- Kippwinkel, 25
Kontaktbreite, 25
Kontaktfall, 26
Kontaktfläche, 29
Kontaktgeometrie, 22, 27
Kontaktlänge, 25
Kontaktmodell, 46
Kupplungsverspannprüfstand, 104
- Lastverteilungsmodell, 81
Linienberührung, 27
- Messzahn, 102
Mindestschmierfilmdicke, 34
Mischreibung, 31
Modifizierte Nabenzahnung, 102
- Nabenkörper, 5, 102
- Oberflächenstruktur, 44
- Phasenverschiebung, 21
Probenzahn, 102
Profilabweichung, 11
Prüfkupplung, 102
- Radiale Summenrückstellkraft, 74
Radialkraftzerlegung, 72
Rauheitsprofil, 44
Reibungszustand, 30
Reibwert, 107
Reibwertfunktion, 53
Rückstellkraft, 61
- Scherspannung, 41
Schmierspaltprofil, 32, 34
Schmierstoff, 111
Schwenkstellung, 5
Steckvariante, 16, 75
Stirnschnitt, 6
Stribeckkurve, 109

Torsionsfederkonstante, 79
Traganteil, 49
Tribozustand, 30

Verzahnungsebene, 87
Viskosität, 40
Viskositäts - Temperatur - Verhalten, 40
VT-Diagramm, 40

W-Anordnung, 89

Z-Anordnung, 89
Zahnflankenoberfläche, 44
Zahnkräfte, 6
Zentrale Schmierfilmdicke, 34